

Exercice 1 (ENSEA 2012, 25 % du barème)

Les véhicules modernes disposent de l'ouverture centralisée à partir d'une commande intégrée à la clé. Suivant la fonction que veut mettre en oeuvre l'opérateur (ouverture des portes, fermeture...), un signal est émis par la clé sous forme d'onde électromagnétique.

Rappel :

- $\text{rot } \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{e}_z$
- $\Delta \vec{A} = \Delta A_x \vec{e}_x + \Delta A_y \vec{e}_y + \Delta A_z \vec{e}_z = \begin{cases} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} & \text{sur } \vec{e}_x \\ \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} & \text{sur } \vec{e}_y \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} & \text{sur } \vec{e}_z \end{cases}$
- $\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \text{grad}(\text{div } \vec{A}) - \Delta \vec{A}$
- $c = 3.10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$: perméabilité du vide

III.1. Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide. On précisera les unités du champ magnétique \vec{B} et du champ électrique \vec{E} .

III.2. Dédurre des équations de Maxwell l'équation de propagation vectorielle vérifiée par le champ électrique \vec{E} dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.

On considère une onde électromagnétique pour laquelle l'expression du champ électrique est donnée en coordonnées cartésiennes par la formule : $\vec{E}(x, t) = E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \vec{e}_z$ où E_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde et t la variable temporelle.

III.3. À partir de l'expression de \vec{E} , préciser la direction et le sens de propagation de l'onde considérée.

III.4. Montrer que cette onde vérifie l'équation de propagation déterminée à la question III.2 à condition que c , ϵ_0 et μ_0 soient reliées par une relation que l'on déterminera.

III.5. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday déterminer l'expression du champ magnétique \vec{B} de cette onde en fonction de E_0 , c , ω , x , t et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

On rappelle l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique (\vec{E} , \vec{B}) :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

III.6. Quelle est la signification physique de ce vecteur? Quelle est son unité?

III.7. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ relatif à l'onde considérée.

III.8. On note $\langle \vec{\Pi} \rangle$ la valeur moyenne de $\vec{\Pi}$ au cours du temps. Exprimer $\langle \vec{\Pi} \rangle$ en fonction de c , E_0 , μ_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

La clé émet une onde de puissance moyenne $\mathcal{P} = 50 \text{ mW}$ répartie uniformément dans toutes les directions de l'espace de manière sphérique.

III.9. Déterminer à $d = 10 \text{ m}$ la valeur de $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle$. En déduire l'intensité du champ électrique E_0 et l'intensité du champ magnétique B_0 de l'onde.

III.10. Comment doit-on placer une antenne constituée d'un cadre conducteur rectiligne formant un carré pour détecter le champ magnétique? Illustrer votre réponse d'un schéma.

III.11. La fréquence de l'onde émise est $f = 400 \text{ MHz}$. En déduire la valeur de sa longueur d'onde.

Exercice 2 (ENSEA 2013, 25 % barème)

Autour de la luge.

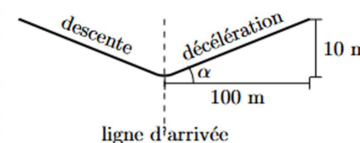
La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace. Pour freiner, le lugeur ne peut compter que sur ses pieds car la luge ne comporte pas de frein. Les spécialistes peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 km/h.

2 • Dispositifs de freinage.

La luge franchit la ligne d'arrivée à la vitesse $v_a = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans cette partie, les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

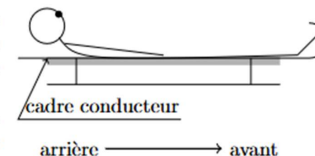
Ralentissement mécanique

2-1 - Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10% (on monte de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α . Déterminer la longueur \mathcal{L} de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge passe de $v_a = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à l'arrêt, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.

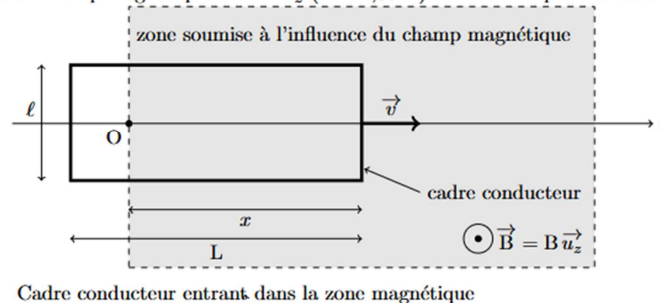


Freinage par induction

On cherche une autre solution que celle de la pente inclinée pour ralentir la luge : le freinage par induction. On fixe sous la luge un cadre métallique rigide, conducteur, rectangulaire, de résistance totale $R_c = 10^{-3} \Omega$ et de côtés $\ell \times L$ ($\ell = 50,0 \text{ cm}$ et $L = 100 \text{ cm}$). La piste est horizontale et le long de l'axe Ox , dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée, avant la zone de freinage. L'origine des temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe Oz désigne la verticale ascendante.



Un dispositif crée un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$ ($B = 1,00 \text{ T}$) sur toute la piste de décélération.



2-2 - Décrire (sans calcul) les différentes phases du mouvement de la luge depuis la ligne d'arrivée jusqu'à ce qu'elle ait franchi complètement la zone soumise au champ magnétique, supposée ici d'une longueur supérieure à L .

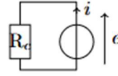
2-3 - Le champ magnétique a une valeur de 1 T. Est-ce élevé? Quel dispositif pourrait, par exemple, créer un champ de cette intensité? Quelle est l'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre?

Dans la suite, on s'intéresse au mouvement du cadre lorsqu'il n'a pas entièrement pénétré dans la zone soumise à l'influence du champ magnétique \vec{B} .

2-4 - Exprimer la surface S du cadre soumise au champ magnétique en fonction de ℓ et x . En déduire l'expression du flux magnétique Φ qui traverse le cadre dans le sens $+\vec{u}_z$ lorsqu'il pénètre dans la zone magnétique.

2-5 - En utilisant la loi de Lenz-Faraday, exprimer la force électromotrice e qui apparaît dans le cadre en fonction de la vitesse v du cadre, de sa largeur ℓ et du champ magnétique B .

2-6 - Le circuit électrique équivalent au cadre rectangulaire est constitué de la force électromotrice e et de la résistance R_c . On néglige l'inductance propre du cadre. Exprimer l'intensité i induite dans le cadre en fonction de B , ℓ , v et R_c .



2-7 - Exprimer la force de Laplace élémentaire $d\vec{F}_L$, qui s'exerce sur un élément de cadre de longueur $d\vec{\ell}$, parcouru par l'intensité i .

2-8 - En déduire la résultante de la force de Laplace \vec{F}_L qui s'exerce sur le cadre, en fonction de l'intensité i , ℓ , B et d'un vecteur unitaire puis en fonction de R_c , v , ℓ , B et d'un vecteur unitaire. Commenter le sens de cette force.

2-9 - Par application du principe fondamental de la dynamique en projection sur l'axe Ox , donner l'équation différentielle qui porte sur la vitesse v de la luge.

2-10 - La solution de cette équation différentielle s'écrit

$$v(t) = v_a \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

τ est le temps caractéristique du mouvement lorsque la luge pénètre dans la zone soumise au champ magnétique. Exprimer τ en fonction de B , m , ℓ et R_c . Faire l'application numérique.

2-11 - Exprimer la position $x(t)$ de la luge en fonction de t , τ et v_a .

2-12 - Calculer la durée T que met le cadre de longueur L pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique.

2-13 - En déduire l'expression de $v(T)$. Calculer numériquement la variation $\Delta v = v_0 - v(T)$ de vitesse de la luge entre les instants $t = 0$ et T .

2-14 - Quelle est la vitesse de la luge une fois que le cadre est entièrement dans la zone soumise au champ magnétique? Justifier. En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

2-15 - La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération mais est limitée à la longueur idéale déduite précédemment. Que se passe-t-il lorsque le cadre conducteur sort de cette zone?

2-16 - On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Combien de zones magnétiques sont nécessaires pour que la vitesse de la luge diminue jusque environ $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, vitesse à partir de laquelle le lugeur peut freiner avec ses pieds? Quelle est alors la longueur de la piste de ralentissement?

2-17 - Donner un exemple d'utilisation de freinage par induction.

Exercice 3 (ENSEA 2022, 25 % du barème)

IV Effets magnétiques et thermiques de la foudre

La foudre se manifeste particulièrement en montagne, milieu propice à la formation de nuages d'orage.

IV.1 Effet de tension induite

La foudre peut causer des dégâts matériels de plusieurs façons. L'une d'elle est par un effet de tension induite dans les circuits électriques avoisinants. Ces circuits peuvent être l'installation électrique d'un refuge de montagne, ou les accessoires électroniques du randonneur.

Pour étudier ceci, on modélise d'abord le coup de foudre comme un fil rectiligne infini, d'axe z vertical ascendant, parcouru par un courant I constant et dirigé dans le sens des z croissants. On se place dans le vide. On utilise un système de coordonnées *cylindriques* d'axe z . La perméabilité magnétique du vide est $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$.

36 - En utilisant les symétries et invariances du problème, déterminer la direction du champ magnétique produit par le fil, et les variables dont il dépend.

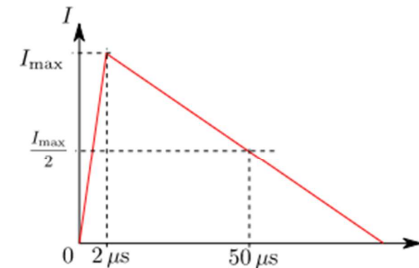
37 - Déterminer ensuite l'expression du champ magnétique \vec{B} produit à l'extérieur du fil.

Le courant I n'est en réalité pas constant. On admet toutefois que l'expression précédente du champ magnétique reste valable à chaque instant en remplaçant I par $I(t)$.

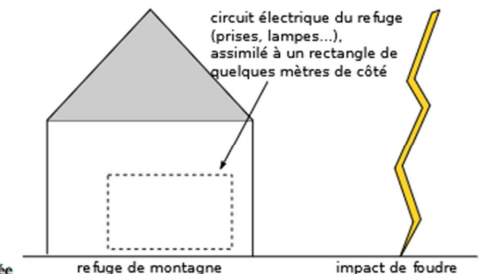
38 - (**Résolution de problème**) En utilisant notamment les deux schémas ci-dessous, et en proposant des ordres de grandeur raisonnables pour les dimensions considérées, estimer la valeur maximale de la force électromotrice (ou tension) induite dans le circuit électrique d'un refuge de montagne, si le coup de foudre tombe à une distance $d = 10 \text{ m}$ de celui-ci.

Commenter le résultat.

Remarque : on commencera par identifier les effets et lois physiques en jeu. On effectuera des approximations pour rendre les calculs simples.



Document 10a : profil standardisé de l'intensité $I(t)$ délivrée par un coup de foudre, utilisé pour les études de risques dans les installations électriques. On pourra prendre $I_{\text{max}} = 50 \text{ kA}$.



Document 10b : vue schématique de la situation.

IV.2 Échauffement d'un fil parcouru par un fort courant

Que ce soit par effet de tension induite ou par passage direct de la décharge électrique, la foudre engendre de forts courants dans les câbles électriques des habitations ou du réseau. Nous allons ici estimer le courant maximal que peut supporter un fil avant de fondre.

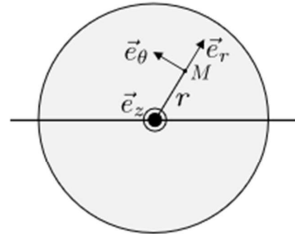
On considère un fil électrique en cuivre, cylindrique, de rayon $R = 2,0 \text{ mm}$. Il est parcouru par un courant stationnaire I orienté dans le sens des z croissants. On utilise des coordonnées cylindriques dont l'axe Oz est celui du fil (cf schéma).

Grandeurs caractéristiques du cuivre :

- conductivité thermique $\lambda = 400 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$,
- conductivité électrique $\gamma = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$,
- température de fusion sous 1 bar : $T_{\text{fus}} = 1085 \text{ }^\circ\text{C}$.

On donne l'expression du gradient en coordonnées cylindriques pour une fonction ne dépendant que de r :

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{df}{dr} \vec{e}_r.$$



Document 11 : vue en coupe du fil.

- 39 - On suppose que le vecteur densité de courant $\vec{j} = j\vec{e}_z$ est uniforme au sein du fil. Établir son expression en fonction de I , R et \vec{e}_z .
- 40 - La puissance dissipée par effet Joule, par unité de volume, est donnée par $p_J = \vec{j} \cdot \vec{E}$ où \vec{E} est le champ électrique dans le conducteur. Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale et l'utiliser pour donner une expression de p_J en fonction de I , R et d'une grandeur caractéristique du cuivre.

Pour obtenir le profil de température $T(r)$ en fonction de la distance radiale r , il faut d'abord établir l'équation de la chaleur dans le fil. Il y a ici deux différences par rapport au cas à une dimension cartésienne et sans terme source : les coordonnées sont cylindriques (dépendance en r) et il y a présence d'un chauffage volumique p_J . On admet alors que l'équation de la chaleur est la suivante, en régime stationnaire :

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{r p_J}{\lambda}.$$

De plus, le fil est refroidi par un transfert conducto-convectif avec l'air sur sa périphérie, selon la loi de Newton qui donne l'expression du vecteur densité de flux thermique en $r = R$:

$$j_{\text{th}}(R) = h(T(R) - T_{\text{ext}}),$$

avec T_{ext} la température extérieure, égale à $20 \text{ }^\circ\text{C}$, et $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

- 41 - Résoudre l'équation de la chaleur pour obtenir une expression de $T(r)$. On exprimera la ou les constantes d'intégration en fonction de $T_0 = T(r=0)$ (température au centre du fil).
- 42 - En utilisant la condition aux limites en $r = R$, établir une expression de T_0 en fonction de p_J , R , h , λ et T_{ext} .
- 43 - À quelle condition sur R , λ et h peut-on simplifier l'expression précédente de T_0 sous la forme :

$$T_0 \simeq T_{\text{ext}} + \frac{p_J R}{2h}.$$

Cette condition est-elle vérifiée ici ?

- 44 - En déduire l'expression du courant à partir duquel le fil de cuivre fond, puis une valeur numérique approchée.

V Station de transfert d'énergie par pompage

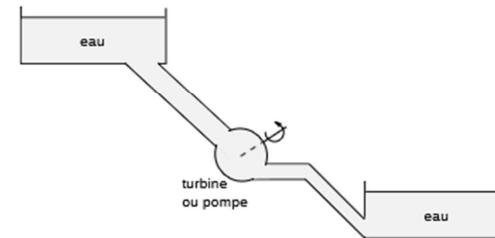
La montagne est un espace largement aménagé. Nous étudions ici un dispositif de stockage d'énergie appelé station de transfert d'énergie par pompage (STEP). Il s'agit de deux retenues d'eau situées à des altitudes différentes, entre lesquelles est construite une conduite. Deux modes de fonctionnement sont possibles :

- (1) passage de l'eau du réservoir haut au réservoir bas, ce qui permet, via une turbine et un alternateur, de produire de l'énergie électrique ;
- (2) passage de l'eau du réservoir bas au réservoir haut, à l'aide d'une pompe alimentée par le réseau électrique.

L'intérêt est de disposer d'un moyen de stockage de l'énergie : le mode (1) est activé lors des pics de consommation pour produire une puissance électrique, alors que le mode (2) permet de profiter de la puissance électrique produite par des sources intermittentes (éoliennes...) qui sinon serait gâchée lors d'heures creuses, en l'exploitant pour faire remonter l'eau.

Nous étudions la STEP du lac Noir située dans les Vosges. Première centrale de ce type en France, elle n'est aujourd'hui plus en fonctionnement. Une conduite relie le lac Blanc (altitude 1050 m) au lac Noir (altitude 950 m).

Les altitudes seront repérées par rapport à un axe z ascendant. On note p_0 la pression atmosphérique uniforme, ρ la masse volumique de l'eau, g la pesanteur. Pour les applications numériques on prendra des valeurs usuelles.



Document 12 : schéma de principe de la station de pompage, avec les deux lacs.



Document 13 : situation réelle sur une carte topographique IGN.

- 45 - Rappeler l'expression de la relation de Bernoulli entre un point A et un point B d'un écoulement, sans élément actif et sans pertes de charge, ainsi que les hypothèses sous lesquelles elle s'applique.

- 46 - La station dispose d'un mode "direct", utilisé en cas de trop plein : l'eau est acheminée sans passer par une turbine ou une pompe. Elle arrive au lac inférieur à l'air libre (image ci-contre). Déterminer l'expression, puis une valeur approchée, de la vitesse de l'eau en sortie.

- 47 - Le diamètre de la conduite de sortie est d'environ 2 m. Le volume du lac haut est d'environ $3 \times 10^6 \text{ m}^3$. Quelle durée est approximativement nécessaire pour le vider ?



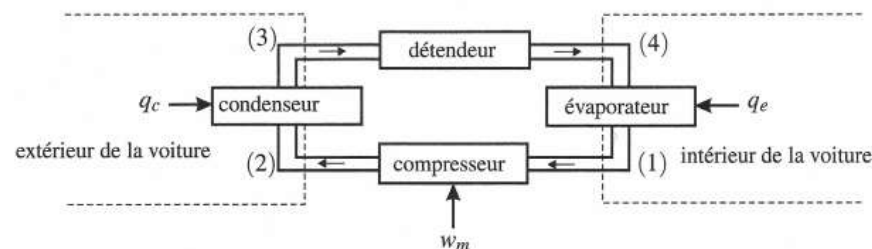
Document 14.

On considère maintenant la station fonctionnant en mode (1) : la turbine extrait au fluide une puissance $\mathcal{P} > 0$. La conduite est immergée dans la retenue haute et dans la retenue basse (cf document 12).

- 48 - Établir l'expression de cette puissance en fonction des données du problème et du débit volumique D_v dans la conduite. On pourra négliger les vitesses à la surface de chaque lac.
- 49 - EDF annonce un débit nominal de $60 \text{ m}^3/\text{s}$. Faire alors l'application numérique approchée pour \mathcal{P} , en prenant $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- 50 - EDF indique que la puissance réelle est de 55 MW : proposer une explication quant à la différence avec la valeur que nous venons d'obtenir (différence qui n'est pas expliquée par l'approximation sur g).
- 51 - Estimer alors la puissance *réelle* nécessaire lors de la phase de pompage (pour un débit de $60 \text{ m}^3/\text{s}$).

Exercice 4 (ENSEA 20xx, 25 % barème)9

Pour refroidir l'air intérieur d'un véhicule, un fluide frigorigène effectue en continu des transferts énergétiques entre l'intérieur, l'extérieur du véhicule et le compresseur. Ce fluide est l'hydrofluorocarbone HFC, de masse molaire $M = 32 \text{ g/mol}^{-1}$, aussi connu sous le code R134a. Le schéma de la machine est représenté ci-dessous.



Au cours du cycle en régime permanent, les étapes suivantes se succèdent.

- Le fluide est totalement vaporisé de l'état (4) à (1), de telle sorte que $T_1 = 5,0^\circ\text{C}$ et $P_1 = 3,0 \text{ bar}$.
- Le compresseur aspire la vapeur (1) et la comprime de façon isentropique avec un taux de compression $r = \frac{P_2}{P_1} = 6$ (point (2)).
- Le fluide sortant du compresseur entre dans le condenseur et subit un refroidissement isobare jusqu'à la température $T_3 = 60^\circ\text{C}$ au cours duquel il est totalement liquéfié (point (3)).
- Le fluide sortant du condenseur est détendu dans le détendeur selon une transformation supposée adiabatique, jusqu'à la pression de l'évaporateur P_1 (point (4)).

Le diagramme enthalpique (p, h) du R134a est représenté en annexe. Les isentropes sont graduées en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, et les isothermes sont graduées en $^\circ\text{C}$. Lorsque cela est demandé, on répondra directement sur ce diagramme, et on le rendra avec la copie.

1. Indiquer sur le diagramme les domaines liquide (L), vapeur (V), et équilibre liquide-vapeur (L+V) du fluide.
2. Dans quel domaine du diagramme le fluide à l'état gazeux peut-il être considéré comme un gaz parfait ? Justifier l'allure des isothermes dans cette zone.
3. Placer le point (1) sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique h_1 et de l'entropie massique s_1 du fluide en ce point.
4. Déterminer P_2 et placer le point (2) sur le diagramme. Relever la valeur de la température T_2 et de l'enthalpie massique h_2 en sortie du compresseur.
5. Placer le point (3) sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique h_3 en sortie du condenseur.
6. Montrer que la transformation dans le détendeur est isenthalpique.
Placer le point (4) sur le diagramme et tracer le cycle complet. Relever la valeur de la température T_4 et le titre massique en vapeur x_4 en sortie du détendeur.
7. Calculer le travail mécanique utile massique w_m reçu par le fluide lors de son passage dans le compresseur. Le signe de w_m est-il cohérent ?
8. Calculer le transfert thermique massique q_e échangé par le fluide lors de son passage à travers l'évaporateur entre (4) et (1). L'air intérieur du véhicule est-il refroidi ?
9. Définir l'efficacité e du climatiseur, et calculer sa valeur numérique.
10. Comparer cette valeur à celle d'un climatiseur de Carnot fonctionnant entre la température de l'évaporateur et la température de liquéfaction du liquide sous la pression P_2 . Commenter.
11. Le débit massique du fluide est de $D_m = 0,1 \text{ kg.s}^{-1}$. Calculer la puissance thermique évacuée de l'intérieur du véhicule et la puissance mécanique consommée par le climatiseur.

