

Correction exercice 1

III.1 Dans un milieu non chargé la densité volumique de charge ρ est nulle, dans un milieu non conducteur la conductivité électrique \vec{j} est nulle. Dans un tel milieu les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\operatorname{div}(\vec{E}(M, t)) = 0 \quad ; \quad \operatorname{div}(\vec{B}(M, t)) = 0 \quad ; \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{B}(M, t)) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t} \quad ; \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}(M, t)) = -\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t}$$

L'unité de B est le Tesla, l'unité d'un champ électrique est $V \cdot m^{-1}$.

III.2 On utilise la relation de l'énoncé pour le champ $\vec{E}(M, t)$:

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}(M, t))) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\operatorname{div}(\vec{E}(M, t))) - \Delta \vec{E}(M, t)$$

D'après les hypothèses de l'énoncé :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t}\right) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(0) - \Delta \vec{E}(M, t)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{B}(M, t)) = \Delta \vec{E}(M, t)$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(M, t)}{\partial t^2} = \Delta \vec{E}(M, t)$$

III.3 L'expression du champ électrique $\vec{E}(x, t) = E_0 \vec{e}_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$ décrit une onde plane harmonique progressive se propageant selon le sens positif de l'axe Ox à la célérité c . On remarque que le champ électrique est à tout instant parallèle à l'axe Oy, l'onde est polarisée selon l'axe Oy

III.4 L'équation de propagation pour le champ électrique s'écrit :

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_0 \vec{e}_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_0 \vec{e}_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$-\mu_0 \varepsilon_0 \omega \frac{\partial \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)}{\partial t} = -\left(-\frac{\omega}{c}\right) \frac{\partial}{\partial x} \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$-\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = -\left(-\frac{\omega}{c}\right)^2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

III.5 L'équation de Maxwell-Faraday ($\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}(M, t)) = -\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t}$) s'écrit pour une onde plane :

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E}(M, t)$$

Le vecteur d'onde $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_{\text{propagation}}$ s'écrit pour l'onde plane harmonique étudiée $\vec{k} = \omega/c \vec{e}_x$:

$$\vec{B}(x, t) = \frac{1}{c} \vec{e}_x \wedge E_0 \vec{e}_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = -\frac{E_0}{c} \vec{e}_y \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

III.6 Le vecteur de Poynting permet de calculer la puissance d'une onde électromagnétique traversant la surface S d'un capteur (cellule photo électrique par exemple), ce vecteur s'exprime en $W \cdot m^{-2}$

III.7 On obtient :

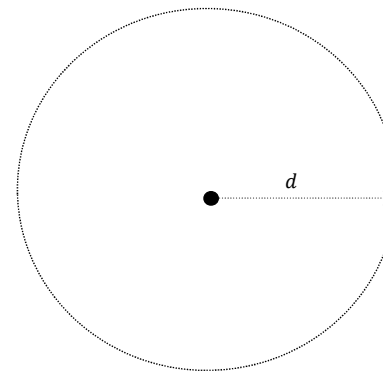
$$\vec{\Pi}(x, t) = \frac{1}{\mu_0} (E_0 \vec{e}_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)) \wedge \left(-\frac{E_0}{c} \vec{e}_y \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)\right) = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \left(\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)\right)^2 \vec{e}_x$$

On doit vérifier que le vecteur $\vec{\Pi}$ est orienté dans le sens de propagation de l'onde.

III.8 On obtient :

$$\langle \vec{\Pi}(x, t) \rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)\right)^2 dt \vec{e}_x = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{e}_x$$

III.9 On fait un schéma de la situation (c'est une question qui demande de prendre des initiatives donc une question bien dotée en points) :



En l'absence de phénomène d'adsorption, la puissance moyenne émise « se propage » sans perte. A une distance d de la clef cette puissance est uniformément répartie sur une sphère de rayon d :

$$\langle \|\vec{\Pi}(x, t)\| \rangle = \frac{P}{S} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{4\pi(10)^2} = \frac{50}{12,5} \cdot 10^{-7} = 0,4 \mu W \cdot m^{-2}$$

III.10 Un cadre conducteur plan délimite une surface S dont l'orientation dans l'espace est donnée par le vecteur $d\vec{S}$, la fem induite par l'onde est donnée par la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_{M \in S} \vec{B}(M, t) \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \iint_{M \in S} -\frac{E_0}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{e}_y \cdot d\vec{S}$$

Si la surface plane du cadre est perpendiculaire à l'axe Oy (direction de B) alors $\vec{e}_y \cdot d\vec{S} = \mp dS$ et $|e|$ a une amplitude maximale.

III.11

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^8} = 0,75 m$$

Correction exercice 2

2.1) En l'absence de frottement l'énergie mécanique se conserve entre le point O ($v_O = v_a$) et le point d'arrêt B ($v_B = 0$) :

$$\frac{1}{2}mv_a^2 + mg0 = 0 + mgz_B = mgOB\sin(\alpha)$$

$$OB = \frac{v_a^2}{2g\sin(\alpha)} = \frac{900}{2} = 450m$$

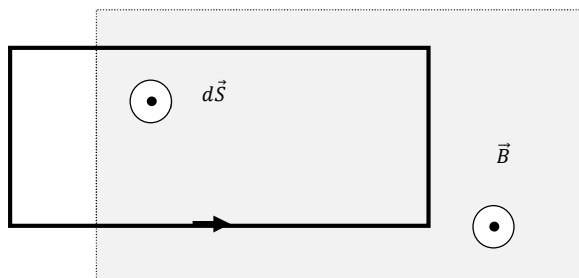
La construction d'une piste de luge sécurisée présente un coût non négligeable. Une piste de 450 m est donc probablement trop onéreuse pour assurer la seule fonction de piste d'arrêt.

2.2) On distingue deux phases :

- $0 \leq x \leq L$ phase du régime transitoire durant lequel le flux du champ magnétique extérieur varie car la surface soumise à l'influence du champ magnétique varie.
- $x \geq L$ phase du régime permanent durant lequel le flux du champ magnétique extérieur ne varie pas car la surface du dispositif est entièrement soumise à l'influence du champ magnétique.

2.3) La valeur de 1 T est importante lorsqu'on la compare au champ magnétique terrestre de l'ordre de $2 \cdot 10^{-5}T$. CE champ intense peut être créée à l'aide de bobines supraconductrices

2.4) D'après le schéma : $S = lx$. L'énoncé est peu précis. Il faut orienter le cadre pour déterminer l'orientation du vecteur $d\vec{S}$ intervenant dans le calcul du flux du champ magnétique !



B étant uniforme :

$$\Phi = \iint_{M \in S} \vec{B}(M) d\vec{S} = BS = Bxl$$

2.5) La loi de Lenz-Faraday s'écrit :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -Blv$$

2.6) La loi des mailles s'écrit :

$$e = R_C i \Leftrightarrow i = -\frac{Bl}{R_C} v$$

2.7) La force élémentaire de Laplace $d\vec{F}_L$ s'écrit :

$$d\vec{F}_L = id\vec{l} \wedge \vec{B}$$

2.8) La résultante des forces de Laplace sur le circuit soumis à l'action du champ s'écrit :

$$\vec{F}_L = \int_{ACDE} id\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Le champ magnétique étant uniforme :

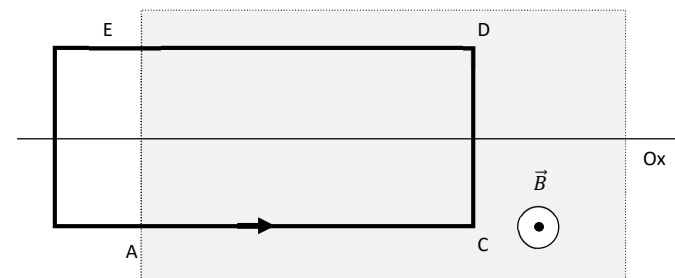
$$\vec{F}_L = i\vec{AC} \wedge \vec{B} + i\vec{CD} \wedge \vec{B} + i\vec{DE} \wedge \vec{B} = i(\vec{AC} + \vec{DE}) \wedge \vec{B} + i\vec{CD} \wedge \vec{B} = i\vec{CD} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_L = iB\vec{u}_x = -\frac{(Bl)^2}{R_C} \vec{v}$$

\vec{F}_L s'oppose au mouvement. C'est une manifestation de la loi de Lenz vis-à-vis de la cause mécanique à l'origine du courant induit dans le circuit.

Rappelons la loi de Lenz ; Le courant induit circule dans un sens tel qu'il s'oppose par ses conséquences aux causes qui lui ont données naissances.

Les causes qui donnent naissance au courant induit sont ici le mouvement du circuit (cause mécanique) en présence d'un champ magnétique (autre cause).



2.9) On applique la seconde loi de Newton à la luge dans un référentiel terrestre supposé galiléen en projection sur l'axe horizontal Ox (Le poids et la réaction du sol sont verticales) :

$$m \frac{dv_x}{dt} = -\frac{(Bl)^2}{R_C} v_x \Leftrightarrow \frac{dv_x}{dt} + \frac{v_x}{\tau} = 0 \text{ avec } \tau = \frac{mR_C}{(Bl)^2}$$

2.10) La solution de l'équation précédente s'écrit :

$$v_x(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

En utilisant la condition initiale $v_x(0) = v_a$ on obtient :

$$v_x(t) = v_a e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{AN : } \tau = \frac{mR_C}{(Bl)^2} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{(1 \cdot 0,5)^2} = \frac{1}{0,25} 10^{-1} = 0,4s$$

2.11) Par intégration :

$$x(t) = x(0) + \int_0^t v_x(t) dt = -v_a \tau \left[e^{-\frac{t}{\tau}} \right]_0^t$$

$$x(t) = v_a \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

2.12) T vérifie la relation :

$$L = x(T) = v_a \tau \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)$$

$$1 - e^{-\frac{T}{\tau}} = \frac{L}{v_a \tau} \Leftrightarrow T = -\tau \ln \left(1 - \frac{L}{v_a \tau}\right)$$

2.13) $v(T)$ est donnée par la relation :

$$v_x(T) = v_a e^{-\frac{T}{\tau}} = v_a \left(1 - \frac{L}{v_a \tau}\right) = v_a - \frac{L}{\tau}$$

AN : $v_x(T) = 30 - \frac{1}{0,4} = 27,5m \cdot s^{-1}$ et $\Delta v = v_a - v_x(T) = \frac{L}{\tau} = 2,5m \cdot s^{-1}$.

2.14) Une fois le cadre entièrement dans la zone d'influence du champ magnétique, le flux du champ magnétique ne varie plus, il n'y a plus de phénomène d'induction. La force de Laplace est donc nulle, le cadre avance avec une accélération nulle et donc une vitesse constante.

Le dispositif est élaboré pour freiner la luge, dès lors la longueur optimale de la zone d'action du champ magnétique est la longueur L du cadre.

2.15) Lorsque le cadre sort de la zone d'influence du champ magnétique, il se passe les mêmes phénomènes que lorsque le cadre entre dans la zone d'influence. Dans un cas le flux de B augmente et dans l'autre il diminue. L'action sur la vitesse de la luge est la même à savoir une réduction de la vitesse de $\frac{L}{\tau}$ qui ne dépend pas de la vitesse de la luge au début de l'une des phases d'entrée ou de sortie de la zone d'influence du champ magnétique.

Sur une distance de $2L$, la vitesse de la luge est réduite de $2\frac{L}{\tau} = 5m \cdot s^{-1}$

2.16) Le nombre n de cellule contenant une zone magnétique de longueur L et une zone non magnétique de longueur L vérifie la relation :

$$n2\frac{L}{\tau} = v_a - v_0$$

$$n = \frac{30 - 5}{5} = 5$$

La longueur de la piste de ralentissement est donc de $5 * 2L = 10m$

2.17) Les camions et les bus roulant dans des régions montagneuses sont souvent équipés de ralentisseurs magnétiques afin de moins solliciter les freins.

Correction exercice 3

Question 36 et 37 C'est du cours. La distribution de courant est invariante par translation selon Oz et par rotation par rapport à Oz donc $\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$. Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant (faire un schéma comme en cours), donc $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$.

On applique le théorème d'Ampère en prenant comme courbe fermée un cercle de rayon r et d'axe Oz (faire schéma) on obtient :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

Question 38 (beaucoup de points)

On modélise la foudre comme un conducteur rectiligne de grande longueur (par rapport aux grandeurs caractéristiques du pb par exemple 10 m) parcouru par un courant variable (on suppose pouvoir appliquer la formule établie pour un courant d'intensité constante (ARQS)). On note S la surface d'un circuit du refuge situé à une distance moyenne d de l'impact de la foudre. On applique la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}BS = -S\frac{dB}{dt} = -S\frac{\mu_0}{2\pi d}\frac{dI}{dt}$$

AN on prend $S = 1m^2$ et $di/dt = I_{mas}/\tau$ avec $\tau = 2.10^{-6}s$

$$|e| = 1 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 10} \frac{1}{2.10^{-6}} = 210^{-8} \cdot 25 \cdot 10^9 = 500V$$

Question 39 La densité de courant est uniforme sur la section donc :

$$I = \iint_{M \in S} j(M) \vec{e}_z \cdot \vec{e}_z dS = \iint_{M \in S} j(M) \cdot dS = jS = j\pi R^2 \quad \text{donc } \vec{j} = \frac{I}{\pi R^2} \vec{e}_z$$

Question 40 La loi d'Ohm locale s'écrit : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ ou γ est la conductivité électrique du conducteur, donc :

$$p_j = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma j^2 = \gamma \left(\frac{I}{\pi R^2}\right)^2$$

Question 41 On intègre la relation $(rT'(r))' = -\frac{rp_j}{\lambda}$ donnée par l'énoncée :

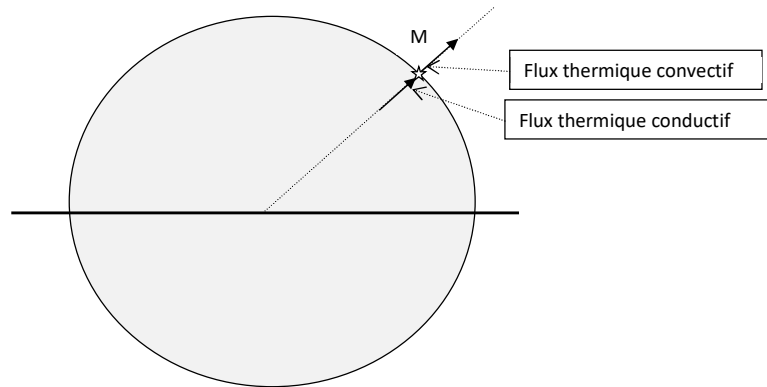
$$rT'(r) = A - \frac{r^2 p_j}{2\lambda} \quad \text{ou } A \text{ est une constante d'intégration}$$

Pour calculer A , on se place en $r = 0$, on obtient $A = 0$ donc : $T'(r) = -\frac{rp_j}{2\lambda}$, par intégration :

$$T(r) = B - \frac{r^2 p_j}{4\lambda} \quad \text{ou } B \text{ est une constante d'intégration}$$

Pour calculer B , on se place en $r = 0$: $T(0) = B - 0$ donc $T(r) = T(0) - \frac{r^2 p_j}{4\lambda}$

Question 42 On considère un point M situé au centre d'une petite surface dS sur la surface du conducteur ($r = R$)



Cette surface dS est soumise au flux thermique conductif provenant de l'intérieur du conducteur et au flux thermique conducto-convectif due à l'air. **En régime stationnaire** la température du point M (fixé) ne varie pas donc nécessairement le flux thermique conductif sortant en M est égal au flux thermique conducto-convectif :

$$j_{conductif}(R)dS = -j_{th}(R)dS \Leftrightarrow -\lambda \frac{dT}{dr}(R) = -h(T(R) - T_{ext})$$

D'après la question 41 :

$$T(r) = T(0) - \frac{r^2 p_J}{4\lambda} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{r p_J}{2\lambda}$$

Donc :

$$-\lambda \frac{R p_J}{2\lambda} = -h \left(T(0) - \frac{R^2 p_J}{4\lambda} - T_{ext} \right)$$

$$\frac{R p_J}{2h} = T(0) - \frac{R^2 p_J}{4\lambda} - T_{ext}$$

$$T(0) = T_{ext} + \frac{R p_J}{2} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{h} \right)$$

Question 43 Si :

$$\frac{R}{2\lambda} \ll \frac{1}{h}$$

Alors :

$$T(0) = T_{ext} + \frac{R p_J}{2h}$$

Avec les valeurs numériques de l'énoncé :

$$\frac{hR}{2\lambda} = \frac{10 * 2.10^{-3}}{2 * 400} = \frac{10^{-2}}{4.10^2} = 0,25.10^{-4} \ll 1$$

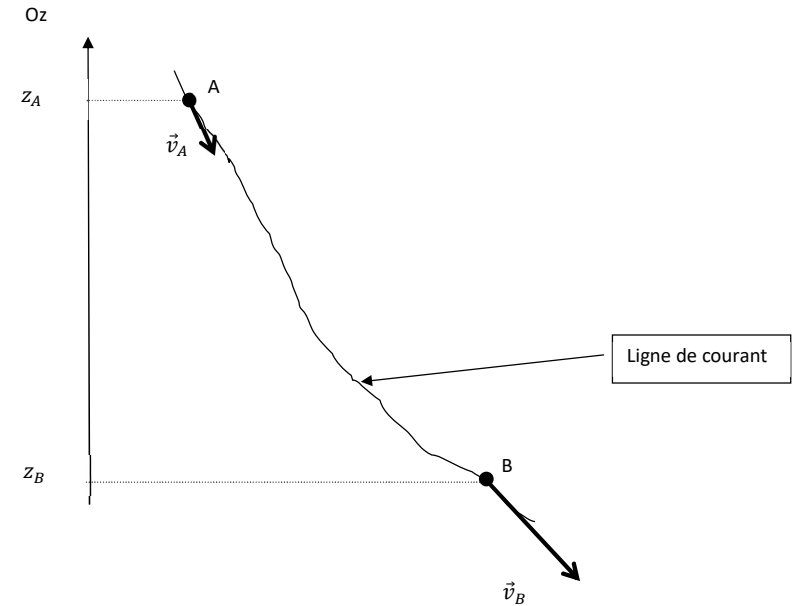
La condition est bien vérifiée pour le cas étudié.

Question 44 : On a :

$$\gamma \left(\frac{I}{\pi R^2} \right)^2 = p_J = 2 \frac{h}{R} (T(0) - T_{ext})$$

$$I = \pi R^2 \left(2 \frac{h}{R\gamma} (T(0) - T_{ext}) \right)^{\frac{1}{2}}$$

Question 45 (question de cours)



Hypothèses de la loi de Bernoulli :

Écoulement stationnaire, parfait et incompressible. Fluide uniquement soumis aux forces de gravité et de pression et ne traversant pas une turbine ou une pompe

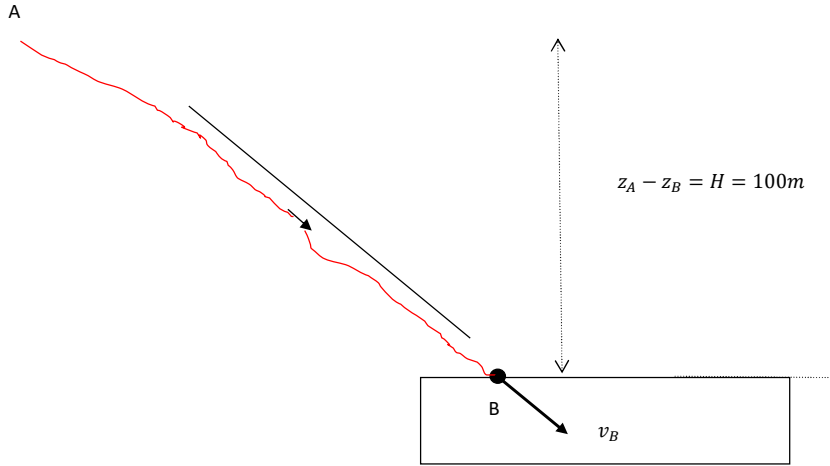
La relation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie et s'écrit :

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$$

ou A et B sont deux points quelconques d'une même ligne de courant.

Question 46

Il s'agit d'une application directe de la loi de Bernoulli car l'écoulement ne fait pas intervenir de pompe ou de turbine.



On applique la loi de Bernoulli entre les points A et B à la surface des deux plans d'eau en négligeant la vitesse v_A devant la vitesse v_B de sortie de la canalisation cylindrique du mode direct (en effet la conservation du débit volumique s'écrit $S_{lac}v_A = S_{cylindre}v_B$ avec bien sûr $S_{lac} \gg S_{cylindre}$ donc $v_A \ll v_B$):

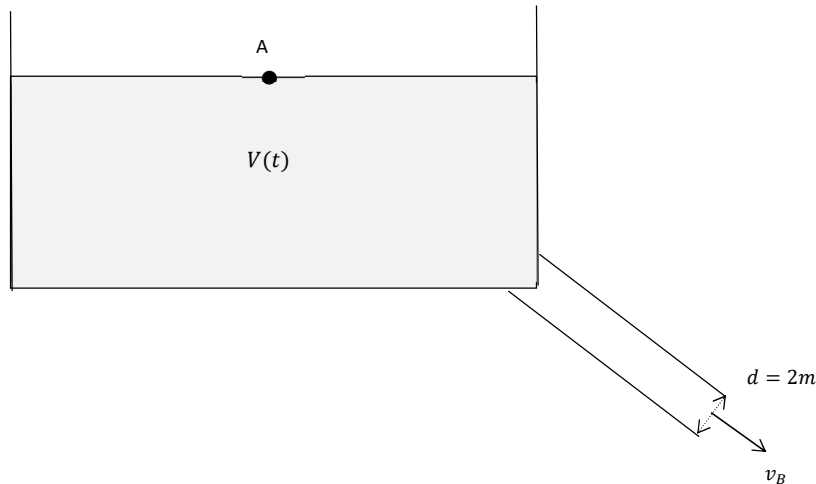
$$P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B = P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A$$

$$\frac{1}{2}\rho v_B^2 = P_0 - P_0 + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g(z_A - z_B) \quad (P_B = P_0 \text{ car B au contact à l'air libre } \dots)$$

$$v_B^2 = 2gH$$

$$v_B = \sqrt{2gH} \quad (\text{Formule de Toricelli})$$

$$v_B \approx \sqrt{2 * 10 * 100} \approx \sqrt{2000} \approx 44.7 \text{ m.s}^{-1}$$

Question 47

Le réservoir se vide sans recevoir d'eau, la conservation du débit volumique s'écrit :

$$\left| \frac{dV(t)}{dt} \right| = v_B S_B = \text{constante}$$

Il faut faire attention que les débits volumiques sont des nombres positifs, or ici le volume $V(t)$ du réservoir du haut diminue donc $V'(t) < 0$ c'est pourquoi le débit volumique est écrit $\left| \frac{dV(t)}{dt} \right|$ pour obtenir un réel positif !

$$-\frac{dV(t)}{dt} = v_B S_B$$

$$dV(t) = -v_B S_B dt$$

$$\int_{V(0)}^{V(t)} 1 dV = -v_B S_B \int_0^t 1 dt$$

$$V(t) - V(0) = -v_B S_B t$$

Le lac est vidangé en un temps T tel que $V(T) = 0$:

$$T = \frac{V(0)4}{v_B \pi d^2} \approx \frac{3.10^6 * 4}{42 * 3 * 4} \approx \frac{100.10^4}{40} \approx 2.5.10^4 \text{ s} = 25 \text{ ks} \approx 7 \text{ h}$$

On applique la relation de Bernoulli généralisée sans perte de charge mais avec traversée d'une turbine ou d'une pompe dont je rappelle ici la formule :

$$D_v \left(\left(P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B \right) - \left(P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A \right) \right) = P_{\text{échangée entre le fluide et le dispositif}}$$

Où B est en sortie de dispositif et A en entrée du dispositif (cf. cours) et $P_{\text{échangée entre le fluide et le dispositif}}$ est positif si le fluide reçoit de l'énergie (donc traversant une pompe) ou $P_{\text{échangée entre le fluide et le dispositif}}$ est négatif si le fluide cède de l'énergie donc à une turbine.

Question 48

L'énoncé impose $P > 0$ mais précise que la turbine extrait du fluide de la puissance donc il faut écrire la relation de Bernoulli généralisée sous la forme :

$$D_v \left(\left(P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B \right) - \left(P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A \right) \right) = -P < 0$$

(énergie du fluide après traversée inférieure à énergie du fluide avant traversée de la turbine !)

$$D_v \left(P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B - P_0 - \frac{1}{2}\rho v_A^2 - \rho g z_A \right) = -P$$

Les points A et B sont à la surface des réservoirs donc on considère que leur vitesse est nulle (faible variation de la hauteur des réservoirs dans ce mode de fonctionnement)

$$D_v \rho g (z_B - z_A) = -P \Leftrightarrow P = D_v \rho g H$$

Question 49

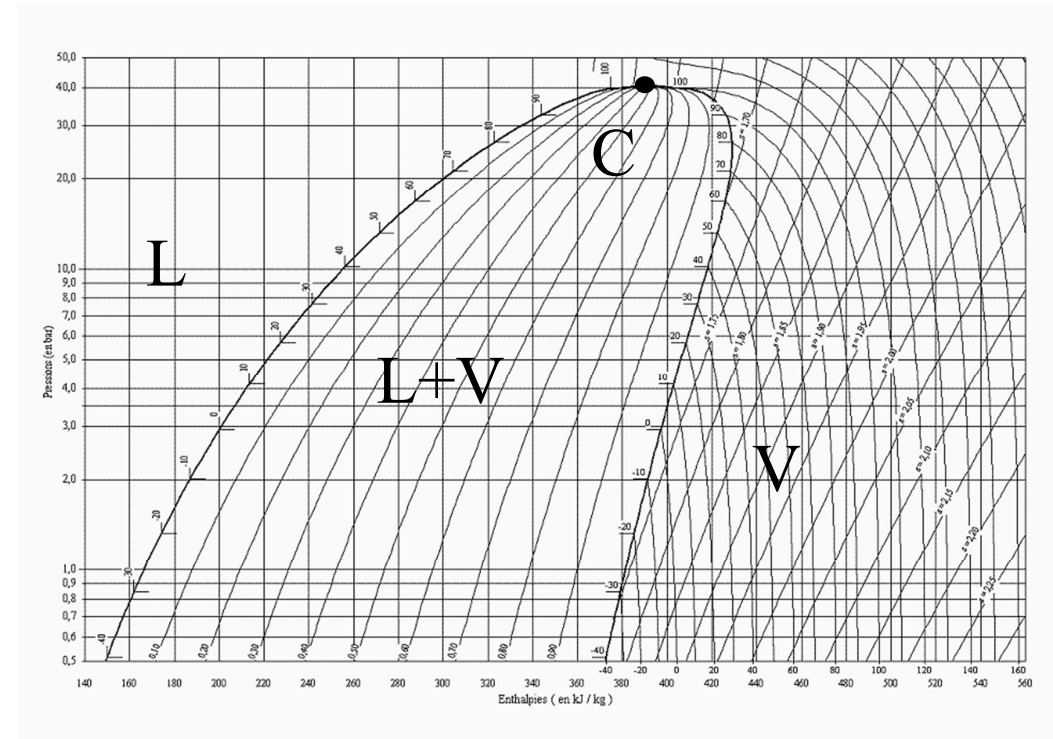
$$P = 60.10^3 * 10.100 = 60 \text{ MW} \quad (H = 100 \text{ m donné dans l'énoncé})$$

Question 50

La puissance réelle est plus faible. Dans le calcul précédent, nous avons négligé tout phénomène dissipatif et en particulier les effets de la viscosité, ce sont ces phénomènes dissipatifs qui peuvent expliquer la différence entre la puissance réelle et la puissance calculée.

Question 51 55MW !**Correction exercice 4**

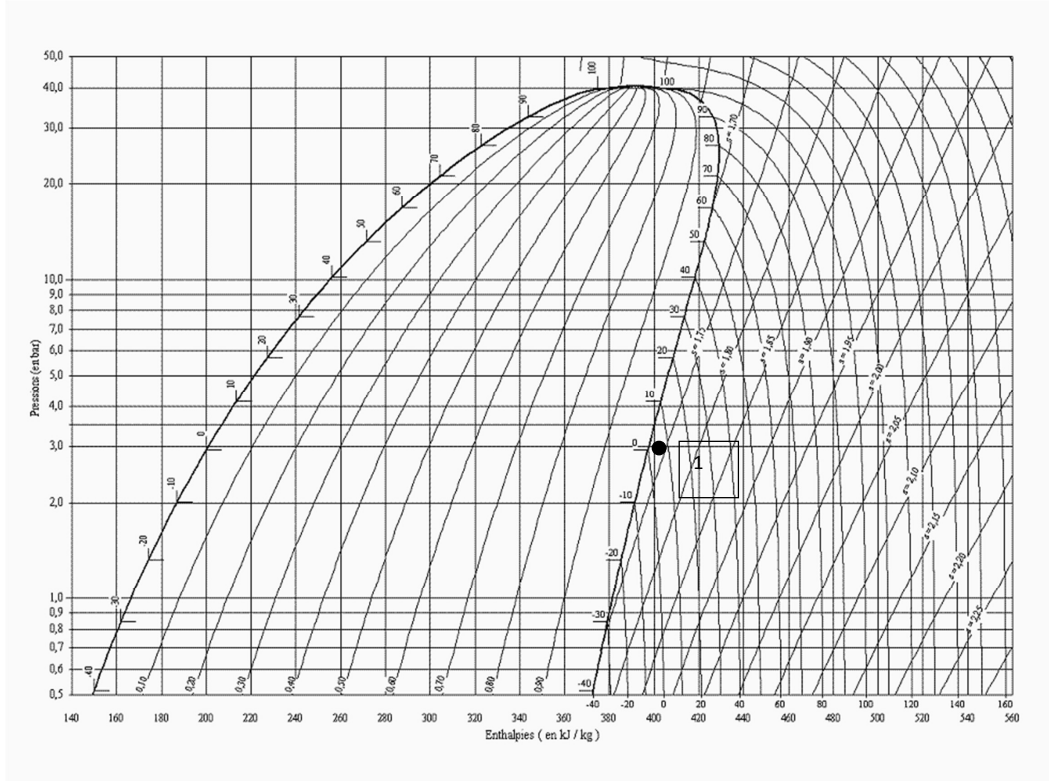
- On identifie, sur le diagramme, la présence de la phase liquide par la lettre L et la phase vapeur par la lettre V. La partie du diagramme sous la courbe en cloche représente le mélange liquide vapeur (L+V) en équilibre. Le point situé en haut de la courbe en cloche est le point critique C du fluide.



- Le modèle du gaz parfait est valide pour des pressions faibles. Le domaine du fluide à l'état gazeux pour lequel on peut appliquer le modèle des gaz parfait est donc le domaine situé à droite en bas.

On remarque que dans ce domaine les isenthalpes coïncident avec les isothermes en accord avec l'expression de l'enthalpie massique d'un gaz parfait : $h = c_p T$.

3. Le point 1 est situé sur l'isobare $P_1 = 3bar$ et sur l'isotherme $T_1 = 5^\circ C$.



Par lecture graphique on a $h_1 = 405kJ.kg^{-1}$ (à $5kJ.kg^{-1}$ près) $s_1 = 1,75kJ.kg^{-1}K^{-1}$ (à $0,05kJ.kg^{-1}K^{-1}$ près)

4. D'après l'énoncé $P_2 = rP_1 = 6 * 3 = 18bar$ donc le point 2 est sur l'isobare $P = P_2$. La transformation est isentropique (c'est-à-dire adiabatique et réversible) donc la transformation 1-2 coïncide avec l'isentrope $s = s_1$ qui est quasi-rectiligne entre P_1 et P_2 le point 2 est le point d'intersection de l'isobare $P = 18bar$ et de l'isentrope $s = s_1 = s_2$.

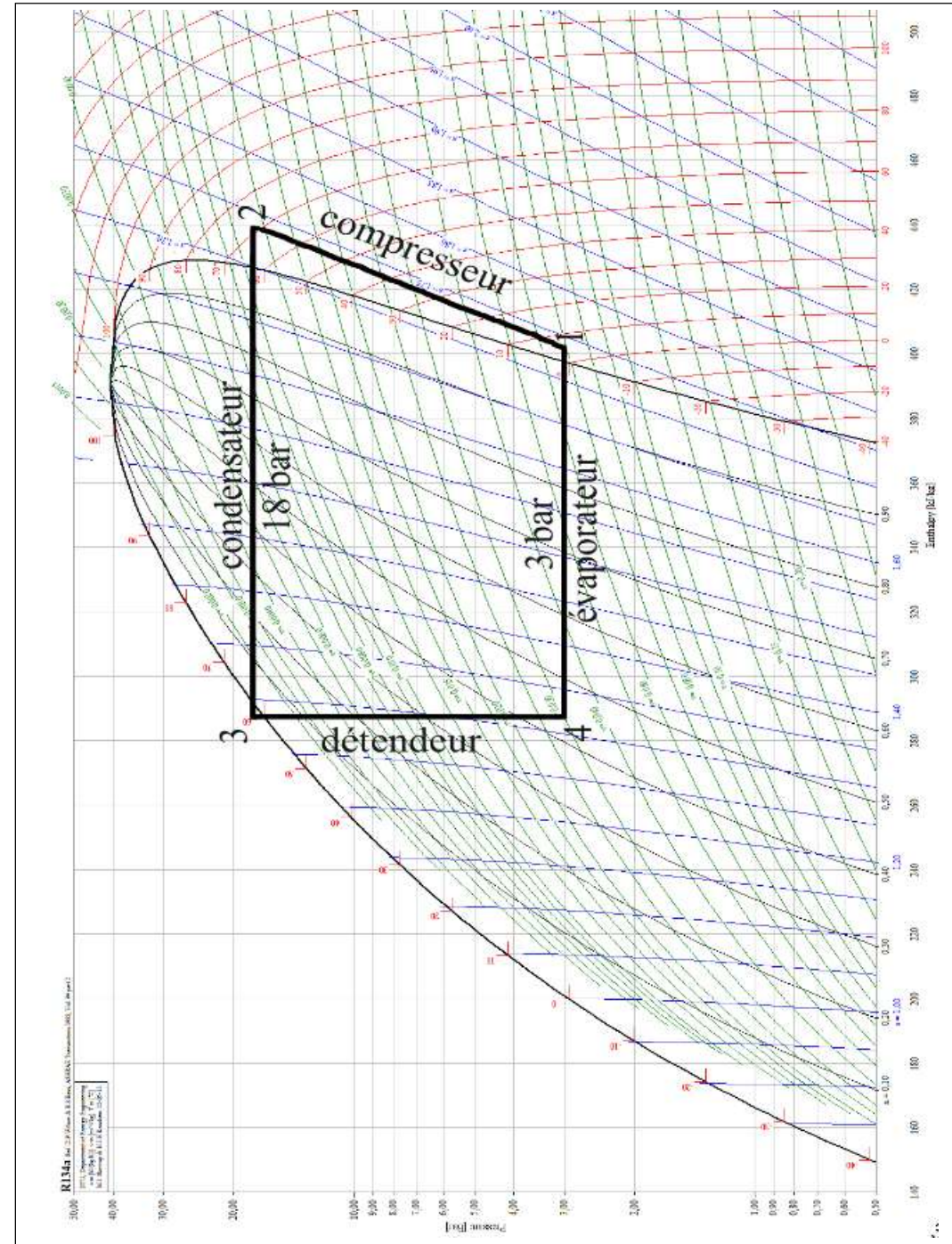
On doit tracer approximativement (*) l'isobare $P = 18bar$ et on détermine le point 2 par intersection avec l'isentrope $s = s_1$ quasi parallèle à l'isentrope $s = 1,75kJ.kg^{-1}K^{-1}$ tracée sur le diagramme.

(*) L'isobare $P = 18bar$ n'est pas tracé sur le diagramme fourni, on doit faire une interpolation linéaire mais ceci nécessite une calculatrice car on obtient :

$$l_{18} - l_1 = (l_{20} - l_1) \frac{\log_{10} 18}{\log_{10} 20}$$

$l_{18} - l_1$ est la distance entre les graduations 18 bar et 1 bar. (l'échelle log se traduit par $l_p = K \log_{10} P$ ou K est une constante.

Après avoir placé le point 2, par lecture graphique on obtient $h_2 = 435kJ.kg^{-1}$ et $T_2 = 70^\circ C$.



5. D'après l'énoncé, la transformation 2-3 est une transformation isobare au cours de laquelle le gaz se refroidit, puis se liquéfie totalement. Le point 3 est situé sur l'isobare 18 bar et sur l'isotherme 60°C.

Par lecture graphique on obtient :

$$h_3 = 285 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

6. On applique le premier principe des systèmes ouverts au fluide entre les états 3 et 4 :

$$h_4 - h_3 = q_{34} + w_{34}$$

Or $q_{34} = 0$ car la transformation est adiabatique et $w_{34} = 0$ car le détendeur est inactif mécaniquement (il n'y a pas de partie mobile interagissant avec le fluide dans le détendeur).

La transformation est isenthalpique. Le point 4 se trouve à l'intersection de l'isenthalpe $h = 285 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et de l'isobare $P = 3 \text{ bar}$. Par lecture graphique $x_4 = 0,43$ (à 0,01 près) et $T_4 = 0^\circ\text{C}$.

7. On applique le premier principe des systèmes ouverts au fluide entre les états 1 et 2 :

$$h_2 - h_1 = q_{12} + w_m$$

Or $q_{12} = 0$ car la transformation est adiabatique donc :

$$w_m = h_2 - h_1 = 435 - 405 = 30 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$w_m > 0$ ce qui est cohérent car le gaz est comprimé.

8. On applique le premier principe des systèmes ouverts au fluide entre les états 4 et 1 :

$$h_4 - h_1 = q_e + w_{41}$$

Or $w_{41} = 0$ car l'échangeur thermique est inactif mécaniquement :

$$q_e = h_4 - h_1 = 285 - 405 = -120 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

9. On a :

$$e = \frac{|q_f|}{w} = \frac{120}{30} = 4$$

10. D'après le cours, pour un cycle réversible :

$$e_{\text{clim,max}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{T_4}{T_3 - T_4} = \frac{273}{273 + 60 - 273} = \frac{273}{60} = 4,5$$

On obtient un résultat cohérent puisque la valeur obtenue pour l'efficacité du climatiseur est bien inférieure à sa valeur théorique maximale. L'écart est dû aux processus irréversibles (diffusion thermique, frottement visqueux dans l'écoulement,...) négligés dans la modélisation.

11. La puissance thermique évacuée est $P_{th} = D_m q_e = 0,1(-120) = -12 \text{ kW}$ et la puissance mécanique consommée est $P_m = D_m w_m = 0,1 * 30 = 3 \text{ kW}$