

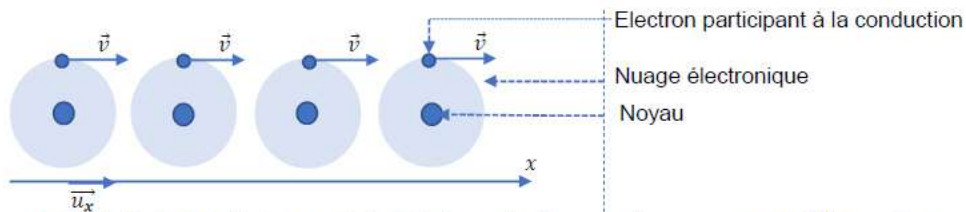
Correction exercice 1 (Extrait ENSEA 2019)

**Impédances et résistances dans différents domaines de la physique**

Impédance vient du mot latin *impedire* qui signifie entraver. Il s'agit d'un concept tout à fait transversal en physique traduisant *qualitativement* le rapport  $\frac{\text{cause}}{\text{conséquence}}$ . En régime sinusoïdal, l'impédance complexe  $\underline{Z}$  peut présenter une partie réelle souvent appelée résistance et à l'origine des dissipations énergétiques. Ce sujet aborde les notions de résistances électriques, hydrauliques et thermiques. Les deux dernières parties de ce sujet illustrent la notion d'impédance à travers les exemples du haut-parleur et de la corde vibrante.

- I- Résistance électrique
- a) Loi d'Ohm locale

On considère un échantillon de cuivre dont on note la masse volumique  $\rho$  et la masse molaire  $M$ . On adopte un modèle classique de la conduction électrique pour lequel chaque atome de cuivre possède un électron susceptible de se déplacer sur l'ensemble de l'échantillon sous l'action d'une force électrique.



On prête à chaque électron participant à la conduction une vitesse commune  $\vec{v}$  (mesurée par rapport au référentiel galiléen lié à l'échantillon).

- 1) Etablir l'expression de la concentration volumique  $n^*$  d'électrons mobiles (en  $m^{-3}$ ) en fonction de  $\rho$ ,  $M$  et  $N_A$  la constante d'Avogadro. On pourra utiliser l'analyse dimensionnelle ou toute autre méthode.
- 2) Calculer  $n^*$  sachant que  $\rho \approx 10^4 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $M \approx 6 \times 10^1 \text{ g.mol}^{-1}$  et  $N_A \approx 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Chaque atome de cuivre donne un électron donc le nombre  $n^*$  d'électrons libre par  $m^3$  (par unité de volume) est égale au nombre d'atome de cuivre  $n_{Cu}$  par  $m^3$ .

$$n_{Cu} = \frac{N_{Cu}}{V} = \frac{m}{m_{unatomeCu} V} = \frac{\rho}{m_{unatomeCu}} = \frac{\rho}{\frac{M}{N_A}}$$

$$n^* = n_{Cu} = \frac{\rho N_A}{M}$$

$$n^* = \frac{10^4 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^1 \cdot 10^{-3}} = 10^{29} m^{-3}$$

Attention de bien mettre la masse molaire en  $kg.mol^{-1}$ .

On impose à tout l'échantillon un champ électrique  $\vec{E}$  uniforme et stationnaire tel que  $\vec{E} = -E\vec{u}_x$  (avec  $E > 0$ ). On rappelle que la charge de l'électron est  $-e$  avec  $e \approx 10^{-19} C$ . Dans ces conditions, chaque électron est affecté d'une énergie potentielle de la forme  $E_p = -eEx + E_{p0}$  où  $E_{p0}$  est une constante. Le mouvement rectiligne suivant  $\vec{u}_x$  de chaque électron s'accompagne d'une force de frottement  $\vec{f}$  donnée par  $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$  où  $m$  est la masse d'un électron et  $\tau > 0$  est une constante. On négligera le poids de l'électron.

- 3) Appliquer le théorème de la puissance mécanique à un électron afin de montrer que  $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = KE$ . On donnera l'expression de  $K$  en fonction des constantes du sujet.

On applique le théorème de l'énergie mécanique à un électron dans un référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\frac{dE_m}{dt} = P_{\vec{f}}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 - eEx + E_{p0} \right) = \vec{f} \cdot \vec{v}$$

$$m v \frac{dv}{dt} - eEv = -\frac{m}{\tau} v v$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = \frac{e}{m} E$$

Par identification  $K = e/m$ .

Remarque comment obtenir l'énergie potentielle liée à la force électrique ?

On part des relations  $\vec{F} = -e\vec{E} = eE\vec{u}_x$  et  $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p(x)) = -\frac{dE_p}{dx}\vec{u}_x$  :

$$-\frac{dE_p}{dx} = eE \Leftrightarrow dE_p = -eEdx \Leftrightarrow E_p = -\int eEdx + E_{p0} = -eEx + E_{p0}$$

D'une façon générale on a pour la force électrique :

$$\vec{F} = -e\vec{E} = -e(-\overrightarrow{\text{grad}}(V(M))) = -\overrightarrow{\text{grad}}(-eV(M))$$

On pose à une constante additive  $E_{p0}$  près :

$$E_p = -eV(M)$$

- 4) Donner la dimension de  $\tau$  et proposer une interprétation de cette grandeur.
- 5) Donner l'expression de  $v(t)$  sachant que  $v(0) = 0$ . Tracer l'allure de  $v(t)$  et en déduire l'expression de sa valeur limite  $v_\infty$  en fonction de  $E$ ,  $e$ ,  $m$  et  $\tau$ .
- 6) On donne  $\tau \approx 10^{-14} \text{ s.I.}$ ,  $m \approx 10^{-30} \text{ kg}$ ,  $E \approx 10^{-1} \text{ V.m}^{-1}$ . Calculer  $v_\infty$  en  $m.s^{-1}$ .

4) Par analyse dimensionnelle :

$$\left[ \frac{dv}{dt} \right] = \left[ \frac{v}{\tau} \right] \Rightarrow [\tau] = T$$

La durée du régime transitoire est en pratique estimée à  $5\tau$ .

5) Résolution de l'équation vérifiée par  $v(t)$ 

Equation sans second membre :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = 0 \Leftrightarrow v(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Solution particulière de l'équation complète :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = \frac{e}{m}E$$

Le second membre ne dépend pas du temps, on cherche une solution particulière  $v$  indépendante du temps

$$0 + \frac{1}{\tau}v = \frac{e}{m}E \Leftrightarrow v = \frac{e\tau}{m}E$$

On obtient :

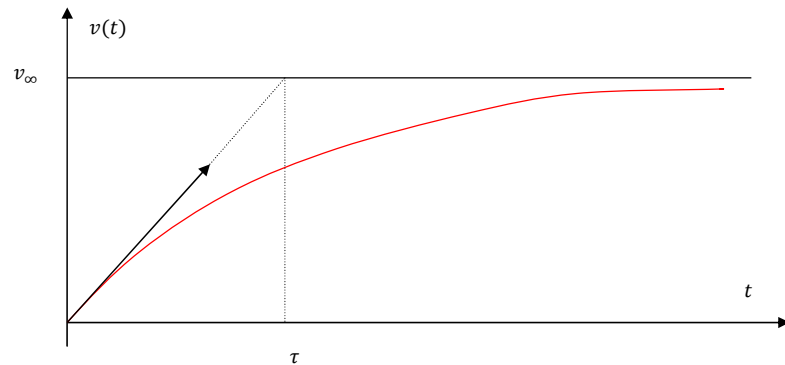
$$v(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{e\tau}{m}E$$

On calcule la constante  $A$  en utilisant la condition initiale  $v(0) = 0$  :

$$0 = A + \frac{e\tau}{m}E \Leftrightarrow A = -\frac{e\tau}{m}E$$

Finalement :

$$v(t) = \frac{e\tau}{m}E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



$$v_{\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \frac{e\tau}{m}E$$

## 6) AN

$$v_{\infty} = \frac{10^{-19} \cdot 10^{-14}}{10^{-30}} 10^{-1} = 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

En régime établi, le modèle étudié aboutit à la loi d'Ohm locale reliant le vecteur densité de courant  $\vec{j}$  au champ électrique  $\vec{E}$  tel que  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$  où  $\gamma$  est une quantité réelle définissant la conductivité du matériau en régime stationnaire.

7) Exprimer  $\vec{j}$  en fonction de  $m, e, \tau, n^*$  et  $\vec{E}$ . En déduire l'expression de  $\gamma$  puis calculer sa valeur numérique.

Par définition de la densité volumique de courant :

$$\vec{j} = \rho \vec{v}$$

Attention  $\rho$  est la densité volumique des électrons libre et non pas la densité volumique de charge qui dans un métal est en moyenne nulle !

$$\rho = n^*(-e)$$

En régime établi :  $\vec{v} = v_{\infty} \vec{u}_x$  :

$$\vec{j} = n^*(-e) \frac{e\tau}{m} E \vec{u}_x = n^* \frac{e^2 \tau}{m} \vec{E}$$

Par identification :

$$\gamma = n^* \frac{e^2 \tau}{m}$$

AN) :

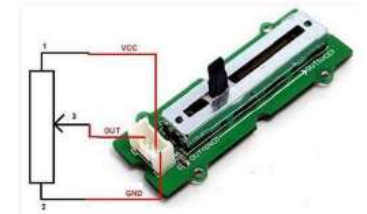
$$\gamma = 10^{29} \frac{(10^{-19})^2 10^{-14}}{10^{-30}} = 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

L'échantillon étudié est un barreau de cuivre cylindrique, homogène, de section  $S$ , de longueur  $\ell$ . Le champ électrique uniforme et stationnaire est obtenu en appliquant une tension  $U > 0$  entre les deux extrémités de ce cylindre. Le mouvement des électrons est à l'origine d'un courant dont l'intensité est notée  $I > 0$ .

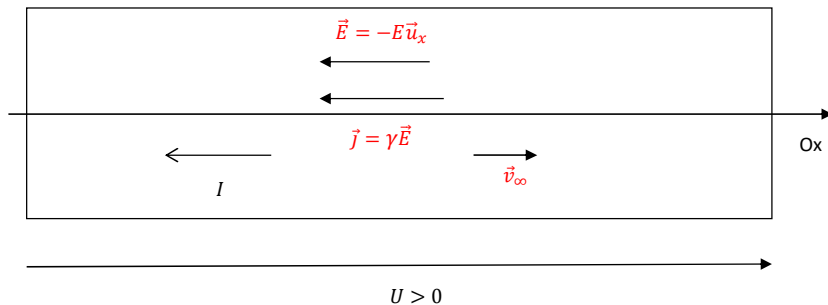
8) Démontrer la relation entre  $U, E$  et  $\ell$ .9) Donner la relation entre  $I, j$  et  $S$ .

10) Obtenir à partir des résultats précédents la loi d'Ohm  $U = RI$  et donner l'expression de  $R$  en fonction de  $\gamma, S$  et  $\ell$ .

11) La photo ci-contre représente un potentiomètre à glissière utilisé, par exemple, dans les tables de mixage. Expliquer succinctement le principe de fonctionnement de ce potentiomètre.



8) On fait un schéma !



$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \Leftrightarrow -E\vec{u}_x = -\frac{dV}{dx}\vec{u}_x \Leftrightarrow dV = Edx$$

Par intégration :

$$\int_{V(0)}^{V(L)} dV = \int_0^L Edx \Leftrightarrow V(L) - V(0) = EL \Leftrightarrow U = EL$$

9) D'après le cours :

$$I = \iint_{M \in \text{Sectios}} \vec{j}(M) \cdot d\vec{S} = jS \text{ car } j \text{ est uniforme sur } S$$

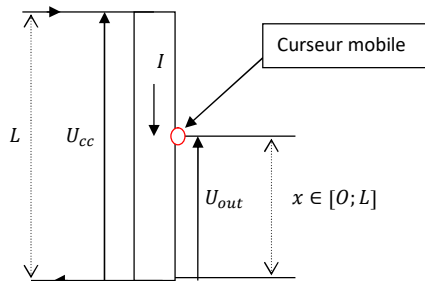
10) D'après les questions précédentes :

$$U = EL = \frac{j}{\gamma}L = \frac{L}{\gamma S}I$$

Par identification :

$$R = \frac{L}{\gamma S}$$

11) On fait un schéma :



Le montage est un diviseur de tension :

$$\frac{U_{out}}{U_{cc}} = \frac{x}{L}$$

En réglant x de 0 à L avec le curseur on obtient une source de tension U\_out variant de 0 à U\_cc.

Correction exercice 2 (Extrait ENSEA 2007)

1.1 Le noyau  ${}^2_1D$  contient un proton et 1 neutron, le noyau  ${}^3_1T$  contient un proton et 2 neutrons.  
Le noyau  ${}^3_2T$  contient 2 protons et 3 - 2 neutron.

1.2 Le deutérium est un isotope de l'hydrogène. Le tritium est un isotope de l'hydrogène.

2.1 Il faut dénombrer le nombre  $N_D$  de noyau  ${}^2_1D$  (de masse molaire  $M_D = 2g \cdot mol^{-1}$ ) et le nombre de noyau  $N_T$  de noyau  ${}^3_1T$  de masse molaire  $M_T = 3g \cdot mol^{-1}$ ) présent dans  $m = 1kg$  sachant que  $N_D = N_T$  :

$$m = m_D + m_T = N_D \frac{M_D}{N_A} + N_T \frac{M_T}{N_A} = N_D \frac{M_D + M_T}{N_A}$$

$$N_D = \frac{m}{M_D + M_T} N_A = \frac{1000g}{(2 + 3)g \cdot mol^{-1}} 6,0 \cdot 10^{23} mol^{-1} = 200 * 6.10^{23} = 1,2 \cdot 10^{26}$$

L'énergie libérée E par la réaction deutérium tritium pour 1 kg de matière est :

$$E = 1,2 \cdot 10^{26} * 17,6 Mev = 21.10^{32} Mev$$

2.2 La réaction de fission d'un noyau d'uranium génère 3 neutrons qui a leur tour par réaction avec 3 atomes d'Uranium génère 9 neutrons... Pour maîtriser la réaction de fission il faut disposer d'absorbéur de neutrons.

La réaction de fusion ne crée pas de neutron.

2.3 La charge électrique est une grandeur conservative : on doit donc vérifier que la charge électrique des noyaux et particules 'réactifs' est égale à la charge électrique des noyaux et particules 'produit par la réaction nucléaire. Cette conservation se la charge électrique se traduit par les nombres de charges :

$$92 + 0 = 36 + 56 + 0$$

2.4 Une masse  $m = 1kg$  d'uranium 235 contient un nombre N de noyau d'uranium 235 :

$$N = \frac{m}{m_{atome U^{235}}} = \frac{m}{M(U^{235})} N_A = \frac{1000g}{235g \cdot mol^{-1}} 6.10^{23} mol^{-1}$$

$$N \approx \frac{1000 * 6}{40 * 6} 10^{23} \approx 25. 10^{23}$$

L'énergie produite par 1 kg d'Uranium est de l'ordre de  $25. 10^{23} * 200Mev = 50.10^{25} Mev$

2.5 La fission nucléaire génère des produits radioactifs ce qui n'est pas le cas de la fusion nucléaire.

2.6 On a :

$$\Delta_r H^0 = 2\Delta_f H^0(H_2O) + \Delta_f H^0(CO_2) - \Delta_f H^0(CH_4)$$

$$\Delta_r H^0 = 2(-241,8) - 393,5 - (-74,8) = -483,6 - 393,5 + 74,8 = -877,1 + 74,8 = -802,3 kJ \cdot mol^{-1}$$

On retiendra que l'enthalpie de la réaction  $\Delta_r H^0$  s'exprime en  $(mol(CH_4))^{-1}$  !

2.7 Soit n le nombre de mol de méthane dans  $m = 1kg$  de méthane, le transfert thermique Q du à la combustion d'un kg de méthane est donné par :

$$Q_1 = \Delta_r H_1 = n_{CH_4} \Delta_r H^0 = \frac{1000g}{17g \cdot mol^{-1}} (-802,3 kJ \cdot mol^{-1}) \approx \frac{800.10^6}{17} J \approx 47MJ$$

2.8 En utilisant le modèle du gaz parfait :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{m RT}{M P}$$

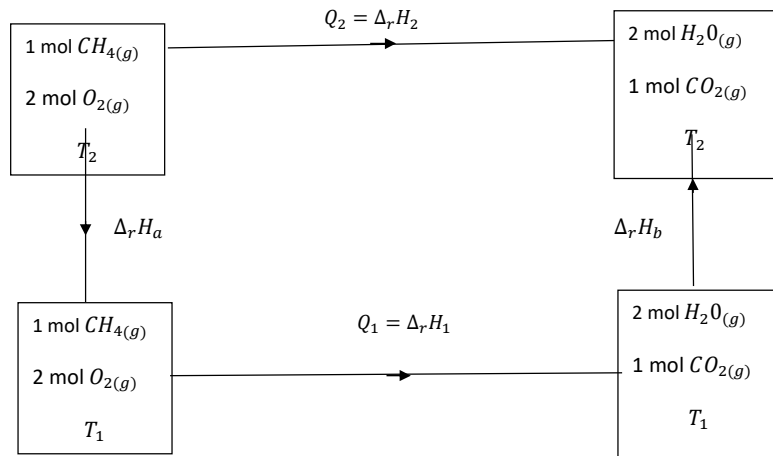
$$V = \frac{1000 \cdot 8,3 \cdot 298}{17 \cdot 10^5} \approx \frac{1000 \cdot 8,3 \cdot 300}{17 \cdot 10^5} \approx \frac{1000 \cdot 2,5 \cdot 10^3}{17 \cdot 10^5} = \frac{25}{17} = \frac{17}{17} + \frac{8}{17} \approx 1,5 m^3$$

2.9 On considère dans cette question l'influence de la température sur la chaleur libérée par une réaction de combustion, on utilise un cycle de Hess dans lequel  $Q_2$  représente la chaleur de la réaction à la température de  $T_2 = 2000K$ ,  $Q_1$  représente la chaleur de la réaction à la température de  $T_1 = 298K$ ,  $\Delta_r H_a$  représente le transfert thermique lié à la variation de température des réactifs ( $T_2 \mapsto T_1$ ) et  $\Delta_r H_b$  représente le transfert thermique lié à la variation de température des produits de réaction ( $T_1 \mapsto T_2$ ) :

$$\Delta_r H_2 = \Delta_r H_a + \Delta_r H_1 + \Delta_r H_b \Leftrightarrow Q_2 = \Delta_r H_a + Q_1 + \Delta_r H_b$$

$$\Delta_r H_a = Q = \int_{T_2}^{T_1} (C_p(CH_{4(g)}) + 2C_p(O_{2(g)}))dT = (C_p(CH_{4(g)}) + 2C_p(O_{2(g)}))(T_1 - T_2)$$

$$\Delta_r H_b = Q = \int_{T_1}^{T_2} (C_p(CO_{2(g)}) + 2C_p(H_2O(g)))dT = (C_p(CO_{2(g)}) + 2C_p(H_2O(g)))(T_2 - T_1)$$



$$Q_2 = \Delta_r H_a + Q_1 + \Delta_r H_b = Q_1 + ((C_p(CO_{2(g)}) + 2C_p(H_2O(g))) - (C_p(CH_{4(g)}) + 2C_p(O_{2(g)})))(T_2 - T_1)$$

$$Q_2 = Q_1 + \Delta_r C_p(T_2 - T_1)$$

On a :  $\Delta_r C_p = 37,1 + 2 \cdot 33,6 - 35,3 - 2 \cdot 29,4 = 10,2 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$  donc :

$$Q_2 = 47 \cdot 10^6 + 10,2(2000 - 300) = 47 \cdot 10^6 + 17 \cdot 10^3 \approx 47 MJ$$

La différence relative est faible :

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{17 \cdot 10^3}{470^6} \approx \frac{17}{51} \cdot 10^{-3} \approx 3 \cdot 10^{-4}$$

2.10 Le dioxyde de carbone favorise l'effet de serre (il absorbe le rayonnement infrarouge émis par la surface terrestre et n'absorbe pas le rayonnement du soleil dans le visible).

Corrigé problème (ce corrigé figure dans la base de données de l'UPS)

I.1 - Marcher en montagne

Q1. Puissance d'une force :  $\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v}$

L'énoncé précise que « la réaction s'applique à chaque instant en un point de vitesse nulle ». On a par conséquent :

$$\mathcal{P}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{0} = 0$$

La puissance de la réaction du sol sur le pied est nulle.

Q2. Energie potentielle de pesanteur d'un point placé en I :  $E_p = m g z_I + cste$

Q3. Energie cinétique du point I :  $E_c = 1/2 m v^2$

Or, au point A et au point B, le randonneur est à l'arrêt :  $v_A = v_B = 0$ .

On en déduit  $E_c(A) = E_c(B) = 0$  et donc :  $\Delta E_{c,AB} = 0$

Q4. L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et potentielle :  $E_m = E_c + E_p$

On en déduit la variation d'énergie mécanique :  $\Delta E_m = \Delta(E_c + E_p) = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 + \Delta E_p$

$$\Leftrightarrow \Delta E_{m,AB} = \Delta E_{p,AB} = E_p(B) - E_p(A) = m g z_B + cste - (m g z_A + cste)$$

$$\Leftrightarrow \Delta E_{m,AB} = m g (z_B - z_A) = m g h$$

Q5. Application numérique ( $h$  correspond au dénivelé) :  $\Delta E_{m,AB}(h = 1 km) = 60 \times 10 \times 10^3 = 6 \times 10^5 J$

Q6. Sans dénivelé,  $h = 0$  et donc  $\Delta E_{m,AB}(h = 0) = 0$ .

$\Delta E_{m,AB}(h = 1 km) > \Delta E_{m,AB}(h = 0)$  qui fait référence à la phrase d'introduction « marcher en montée est plus fatiguant que marcher à plat ».

Q7. Energie dépensée dans une journée normale :  $E_n = 12 MJ$ . Soit :  $6 \times 10^5 / 12 \times 10^6 = 5 \%$

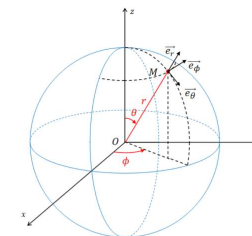
5 % paraît peu pour une randonnée de 3h. Il faut noter que les hypothèses utilisées pour calculer l'énergie nécessaire au randonneur sont très simplificatrices, ce qui peut expliquer ce faible résultat.

Q8. A priori la somme des deux énergies, soit 12,6 MJ.

I.2 - Le champ de pesanteur et l'altitude

Q9. Soit  $M$ , un point de l'espace de coordonnées  $(r, \theta, \varphi)$ .

Les plans  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\varphi)$  et  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  sont des plans de symétrie de la distribution. Le champ gravitationnel (comme le champ électrostatique) est donc compris dans l'intersection de ces deux plans :  $\vec{g}(M) = g(M) \vec{e}_r$



Q10. La distribution est invariante par toute rotation autour de la sphère. Le champ ne dépend pas de  $\theta$  ni de  $\varphi$  :  $\vec{g}(M) = g(r) \vec{e}_r$ .

Q11. Analogie entre électrostatique et gravitation :

Electrostatique	Gravitation
Théorème de Gauss pour la gravitation : $\oiint \vec{g}(M) \cdot d\vec{S} = -4\pi G m$	Théorème de Gauss pour l'électrostatique : $\oiint \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$
Champ gravitationnel $\vec{g}(M)$	Champ électrostatique $\vec{E}(M)$
Masse $m$	Charge $Q$
Constante gravitationnelle $G$	Constante $-1/(4\pi\epsilon_0)$ Où $\epsilon_0$ est la permittivité du vide

Q12. Il faut se souvenir que la force gravitationnelle est le produit de la masse et du champ (ou se souvenir que  $g(M)$  possède la même unité que  $g$ , l'accélération de la pesanteur) :

$$[g(M)] = \frac{[F]}{[m]} = \frac{MLT^{-2}}{M} = L \cdot T^{-2}$$

Soit :

$$[G] = \frac{[g(M)][S]}{[m][4\pi]} = \frac{[F]}{[m][m][4\pi]} = \frac{MLT^{-2} \times L^2}{M^2 \times 1} = L^3 T^{-2} M^{-1}$$

L'unité S.I. de  $G$  est donc le  $m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$

Autre méthode : on peut partir de la définition de la force gravitationnelle mais son expression n'est pas exigible...

$$[F] = \frac{[G][m_A][m_B]}{[d]^2} \Leftrightarrow [G] = \frac{[F] L^2}{L^2} = \frac{M L T^{-2} L^2}{M^2} = L^3 T^{-2} M^{-1}$$

Q13. On choisit comme surface de Gauss une sphère de rayon  $r > R_T$ . Flux du champ gravitationnel :

$$\oiint \overrightarrow{G}(\overrightarrow{M}) \cdot d\overrightarrow{S} = \oiint G(r) \overrightarrow{e}_r \cdot dS \overrightarrow{e}_r = 4\pi r^2 G(r)$$

La masse à prendre en compte est la masse intérieure à la surface de Gauss, soit la masse de la Terre  $M_T$ . On a donc :

$$4\pi r^2 G(r) = -4\pi G M_T \Leftrightarrow G(r) = -G \frac{M_T}{r^2}$$

On en déduit finalement :

$$\overrightarrow{G}(\mathbf{r}) = -G \frac{M_T}{r^2} \overrightarrow{e}_r$$

Q14. On a, avec  $r = a + R_T$  :

$$\Delta G = G(R_T) - G(r) = -GM_T \left( \frac{1}{R_T^2} - \frac{1}{(R_T + a)^2} \right) = -\frac{GM_T}{R_T^2} \left( 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{R_T}\right)^2} \right) = -\frac{GM_T}{R_T^2} \left( 1 - \left(1 + \frac{a}{R_T}\right)^{-2} \right)$$

Le développement limité à l'ordre 1 en  $a/R_T$  donne (en utilisant  $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha\varepsilon$  lorsque  $\varepsilon \ll 1$ ) :

$$\left(1 + \frac{a}{R_T}\right)^{-2} \approx 1 + (-2) \times \frac{a}{R_T}$$

Ce qui nous donne finalement :

$$|\Delta G| = -\frac{GM_T}{R_T^2} \left( 1 - 1 + (-2) \times \frac{a}{R_T} \right) = 2 \frac{GM_T a}{R_T^3} \quad \text{CQFD}$$

Q15. Application numérique :

$$|\Delta G| = 2 \frac{7 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24} \times 1 \cdot 10^3}{(6 \cdot 10^6)^3} = \frac{7}{18} \cdot 10^{-2} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

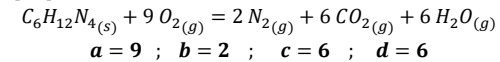
A comparer avec la valeur du champ gravitationnel à la surface, c'est-à-dire  $g$  !

$$G(R_T) = g = \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{7 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{(6 \cdot 10^6)^2} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

On remarque que  $|\Delta G| \ll g$ , on peut donc négliger les variations de la norme du champ gravitationnel dans la partie I.1.

## II.1 - La combustion des tablettes d'hexamine solide

Q16. En équilibrant la réaction proposée, il vient :



Q17. Les enthalpies standard de formation du diazote gazeux et du dioxygène gazeux à 25°C sont **nulles**. En effet, ce sont des éléments pris dans leur état standard de référence, à savoir l'état standard du corps pur simple le plus stable, dans son état le plus stable à la température T (25°C ici).

Q18. La loi de Hess permet d'écrire :  $\Delta_r H^0 = 6 \Delta_f H^0(CO_2(g)) + 6 \Delta_f H^0(H_2O(g)) - \Delta_f H^0(C_6H_{12}N_4)$

Application numérique :

$$\Delta_r H^0 = 6 \times (-4,0 \cdot 10^2) + 6 \times (-2,5 \cdot 10^2) - 1,23 \cdot 10^2 = -(24 + 15 + 1,23) \cdot 10^2 = \mathbf{4 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

(en ne gardant qu'un seul chiffre significatif)

La valeur de  $\Delta_r H^0$  est négative : la réaction est **exothermique**, elle libère de la chaleur. Cela est cohérent avec le fait que cette réaction est une réaction de combustion (élévation de température).

Q19. L'énoncé précise que le pouvoir calorifique est l'énergie thermique libérée lors de la combustion sous 1 bar à 25°C pour 1 kg :  $PC = q_{\text{libéré}}$  ( $q$  transfert thermique massique)

La réaction de combustion s'effectue à l'air libre, elle est donc monobare, (pression constante).

Le 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique donne, pour une transformation monobare :  $Q = \Delta H$

On en déduit le transfert thermique reçu par le système lors de la réaction :

$$Q = n \times \Delta_r H^0 \quad \text{avec } n \text{ le nombre de mole de combustible brûlé}$$

Ici, la combustion est supposée complète et le pouvoir calorifique est défini par kg, soit :

$$q = \frac{n}{m} \times \Delta_r H^0 = \frac{1}{M_h} \times \Delta_r H^0$$

On en déduit finalement :

$$PC = q_{\text{libéré}} = -q = -\frac{1}{M_h} \times \Delta_r H^0$$

Q20. Application numérique :

$$PC = -\frac{-4 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{140 \cdot 10^{-3}} = \frac{4}{14} \cdot 10^8 = 0,3 \cdot 10^8 = \mathbf{3 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

Le fournisseur donne  $PC = 31 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  ce qui est cohérent avec la valeur calculée (à un chiffre significatif).

Q21. La pression diminue avec l'altitude. La loi de modération de Le Châtelier précise qu'une augmentation de pression, à température constante, d'un système fermé à l'équilibre tend à déplacer cet équilibre dans le sens d'une diminution du nombre total de moles gazeuses.

Ici, dans le sens direct, on a 9 molécules de gaz du côté des réactifs et 14 molécules du côté des produits :  $\sum \nu_{i,\text{gaz}} = 14 - 9 = 5 > 0$ . Le sens direct est celui de l'augmentation.

On en déduit que la **diminution de pression favorise donc le sens direct** : le réchaud reste performant en altitude (il l'est a priori d'autant plus).

Q22. Deux tablettes correspondent à 8 g de combustible soit :

$$Q_{\text{libéré}} = m \times PC = 8 \cdot 10^{-3} \times 31 \cdot 10^6 = 248 \text{ kJ} = \mathbf{2 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

Q23. Le chauffage est monobare, le premier principe de la thermodynamique donne :  $Q = \Delta H$

Pour une phase condensée, sans changement d'état,  $\Delta H = C \Delta T = m \times c \times \Delta T$

Soit  $Q_{\text{reçu eau}} = m \times c \times \Delta T = \mu_{\text{eau}} V \times c_{\text{eau}} \times \Delta T$

Application numérique :  $Q_{\text{reçu eau}} = 1,0 \times 0,25 \times 4,2 \cdot 10^3 \times (100 - 20) = \mathbf{8 \cdot 10^4 \text{ J}}$

Q24. D'après les deux questions précédentes, on en déduit le rendement :

$$\frac{Q_{\text{reçu eau}}}{Q_{\text{libéré}}} = \frac{8 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5} = 0,4 \text{ soit } \mathbf{40\%}$$

Remarque : en gardant plus d'un chiffre significatif, on a 84/248 soit plutôt 34%.

Q25. Lors d'un changement d'état, il faut prendre en compte l'énergie associée à ce changement d'état, ici la chaleur latente de vaporisation. Le changement d'état a lieu à pression constante, soit :

$$Q_{\text{vap}} = \Delta H = m \times l_v = \mu_{\text{eau}} V \times l_v$$

Application numérique :  $Q_{vap} = 1,0 \times 0,05 \times 2,3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 0,115 \cdot 10^6 = \mathbf{1 \cdot 10^5 J}$

On remarque que l'ébullition d'un volume 5 fois plus petit demande plus d'énergie que le chauffage de l'eau jusqu'à 100°C. Les changements d'état sont très coûteux en énergie.

**Q26.** Le couvercle permet de conserver toute la masse d'eau contenue dans la casserole afin d'éviter l'évaporation de celle-ci dans l'air ambiant. Le couvercle en contact avec l'air ambiant permet de la recondenser et d'éviter toute perte d'énergie.

## II.2 - Utilisation du réchaud en altitude

**Q27.** L'air est constitué essentiellement de diazote  $N_2$  (environ 80%) et de dioxygène  $O_2$  (environ 20%). Ce sont deux gaz diatomiques. On peut donc faire l'hypothèse que l'air est un gaz diatomique.

**Q28.** L'air est assimilé à un gaz parfait, soit  $pV = nRT$ . Et on peut écrire :

$$n_{air} = \frac{m}{M_{air}} = \frac{\mu_{air} \times V}{M_{air}} ; \text{ on a donc : } pV = \frac{\mu_{air} \times V}{M_{air}} RT \Leftrightarrow \mu_{air} = \frac{p M_{air}}{R T}$$

**Q29.** A partir de la loi fondamentale de la statique et de l'expression de  $\mu_{air}$  établie juste avant, on a :

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{p M_{air}}{R T} \times g \Leftrightarrow \frac{dp}{dz} + \frac{M_{air} g}{R T} p = 0$$

On identifie alors avec l'équation différentielle donnée dans l'énoncé :  $D = \frac{RT}{g M_{air}}$

**Q30.** Dimension de  $D$  à partir de l'équation différentielle :

$$\frac{[dp]}{[dz]} = \frac{[p]}{[D]} \Leftrightarrow [D] = [dz] = L \Leftrightarrow \mathbf{D \text{ s'exprime en mètres (m).}}$$

On peut retrouver la dimension de  $D$  à partir de son expression :

$$[D] = \frac{[R][T]}{[g][M]}$$

- $T$  en  $K$  soit  $[T] = \theta$
- $M$  en  $g \cdot mol^{-1}$  soit  $[M] = M \cdot N^{-1}$
- $g$  (une accélération) en  $m \cdot s^{-2}$  soit  $[g] = L \cdot T^{-2}$
- $R$  en  $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$  soit  $[R] = [Energie] \cdot N^{-1} \cdot \theta^{-1}$
- $[Energie] = M \cdot L^2 T^{-2}$  (en utilisant  $E = 1/2 m v^2$ )

Finalement :

$$[D] = \frac{M \cdot L^2 T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \theta^{-1} \cdot \theta}{M \cdot N^{-1} \cdot L \cdot T^{-2}} = L \rightarrow \text{on retrouve la même dimension.}$$

**Q31.** L'équation différentielle est du 1<sup>er</sup> ordre, sans second membre. La solution totale est de la forme :

$$p(z) = A \exp\left(-\frac{z}{D}\right)$$

A une altitude nulle ( $z = 0$ ), la pression vaut  $p_0$ , soit :  $p(0) = A = p_0$

On en déduit

$$\mathbf{p(z) = p_0 \exp\left(-\frac{z}{D}\right)}$$

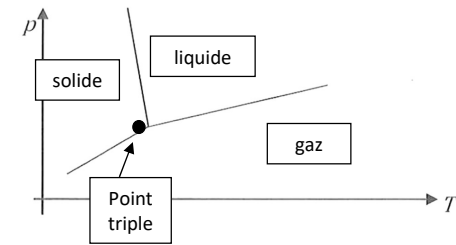
La fonction  $p(z)$  est une exponentielle décroissante (sous nos hypothèses) : la pression diminue bien avec l'altitude.

**Q32.** Application numérique :  $p(2 \text{ km}) = p_0 \exp(-2/8) = p_0 \exp(-0,25)$ .

Sur l'Annexe, on lit  $\exp(-0,25) \approx 0,8$ , on en déduit :

$$\mathbf{p(2 \text{ km}) = 0,8 \times p_0 = \mathbf{0,8 \text{ bar}}}$$

**Q33.** On identifie dans le diagramme (P,T) de l'eau les trois domaines correspondants aux trois états solide, liquide, gaz ; ainsi que le point triple où il y a coexistence des trois états.



**Q34.** La courbe (droite sur le schéma) séparant les domaines liquide et vapeur est une droite de pente positive (fonction croissante). Par conséquent, pour une pression plus faible, la température d'ébullition sera également plus faible. La température diminue avec la température.

**Q35.** On a estimé  $p(2 \text{ km}) = 0,8 \text{ bar}$ . Par lecture graphique on en obtient :  $\theta (0,8 \text{ bar}) \approx \mathbf{94^\circ C}$

On a bien une température d'ébullition plus faible que celle au sol, sous 1 bar.

Les aliments vont donc cuire à une température plus faible que celle préconisée, il faudra donc plus de temps pour atteindre la fin de la cuisson.