

**Exercice 1**

L'expression de la force de frottement exercée par un fluide sur une sphère de rayon  $r$  se déplaçant à faible vitesse  $v$  par rapport au fluide est donnée par la formule de Stokes :

$$\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$$

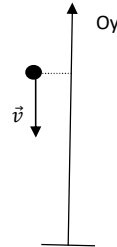
1. Etablir l'équation aux dimensions de la viscosité  $\eta$  du fluide.
2. En utilisant le théorème de l'énergie mécanique, montrer que l'énergie mécanique de la sphère diminue lors du mouvement.

**Exercice 2**

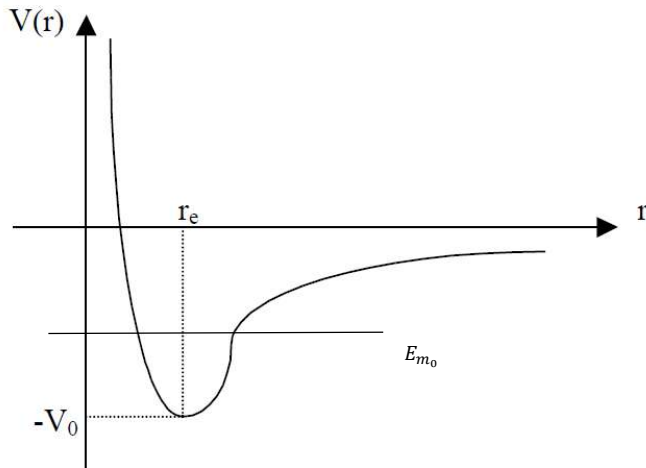
Une particule de masse  $m$  est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur  $h$  au dessus du sol. La particule subit son poids et une force de frottement  $\vec{f} = -\beta\vec{v}$  modélisant l'action de l'air sur la particule.

On repère la particule par sa coordonnée verticale  $y$  avec  $y(0) = h$

1. Etablir l'équation vérifiée par la vitesse  $v_y(t)$ .
2. On pose  $\tau = m/\beta$ . Déterminer l'unité de la constante  $\tau$ . Rappeler le sens concret de  $\tau$ .
3. Déterminer  $v_y(t)$ .
4. Déterminer  $y(t)$ .



**Exercice 2 bis**



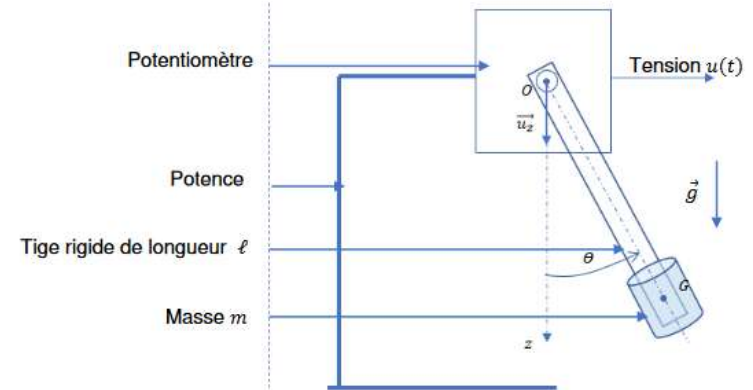
Le graphique représente l'énergie potentielle d'un système conservatif (molécule par exemple) dont l'énergie mécanique est constante égale à  $E_{m_0}$ . Compléter le schéma pour définir la zone accessible, une lecture graphique de l'énergie cinétique puis discuter sur une période les divers phases du mouvement de l'oscillateur autour de sa position d'équilibre  $r_e$

**Exercice 3 (ENSEA ATS 2020)**

**I- Etude des oscillations harmoniques et anharmoniques d'un pendule**

a) Modélisation

On considère le dispositif dessiné ci-dessous permettant d'observer le mouvement d'un pendule pesant constitué d'une tige rigide de longueur  $\ell$  et d'une masse  $m$  fixée à son extrémité. A l'image du balancier d'une horloge ou d'une balançoire, la masse  $m$  va osciller autour du point  $O$ . La position angulaire  $\theta(t)$  de la tige est repérée par rapport à l'axe vertical descendant  $Oz$ . Un potentiomètre alimenté, fixé sur une potence et solidaire de la tige en rotation, permet d'apprécier la position angulaire  $\theta(t)$  de la tige en délivrant une tension  $u(t) = k\theta(t)$  avec  $k$  constante.



Dans toute la suite la suite, nous allons travailler avec les hypothèses suivantes :

- Le mouvement du pendule est étudié dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.
- Les frottements de type fluide seront négligés.
- On néglige également les effets dissipatifs des actions de contact entre le potentiomètre et la tige.
- On note  $\vec{g}$  le champ de pesanteur terrestre tel que  $\vec{g} = g\vec{u}_z$  et on néglige la poussée d'Archimède de l'air environnant.
- On néglige la masse de la tige par rapport à la masse  $m$  dont le centre de masse  $G$  est tel que  $OG \approx \ell$ .

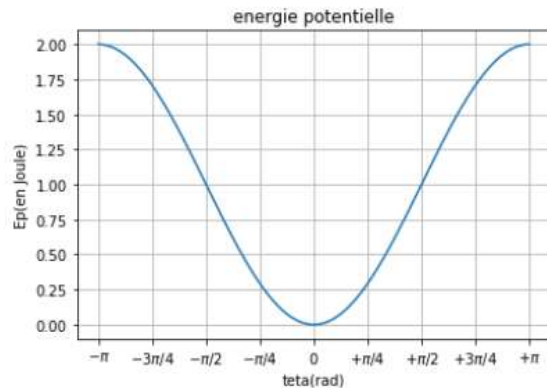
Ce système oscillant est alors modélisé par un pendule simple dont l'étude se limite à celle de la masse  $m$  animée d'une vitesse algébrique  $v$  donnée par  $v = \ell \frac{d\theta}{dt} = \ell \dot{\theta}$ .

- 1) Etablir l'expression de l'énergie cinétique  $E_c$  de ce pendule en fonction de  $m, \ell$  et  $\dot{\theta}$ .
  - 2) Etablir l'expression de l'énergie potentielle  $E_p$  associée à ce pendule en fonction de  $m, g, \ell$  et  $\theta$  en prenant  $E_p(\theta = 0^\circ) = 0$ .
  - 3) Enoncer le théorème de la puissance mécanique. On nommera les termes intervenant dans ce théorème.
  - 4) Montrer alors que l'angle  $\theta(t)$  vérifie l'équation différentielle non linéaire  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$ . On donnera l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  en fonction de  $g$  et  $\ell$ .
  - 5) Pour cette question uniquement, on se place dans l'approximation harmonique qui impose une faible amplitude angulaire des oscillations (amplitude inférieure à  $30^\circ$ ). Dans ces conditions, on accepte le développement limité à l'ordre 1 suivant :  $\sin\theta \approx \theta$ .
- Etablir l'expression de  $\theta(t)$  en prenant comme conditions initiales :  $\theta(t = 0) = 0$  et  $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 > 0$ .

- Donner l'expression de la période propre  $T_0$  des oscillations harmoniques.
- Représenter l'allure de  $\theta(t)$  sur quelques périodes propres  $T_0$ .

b) Partie expérimentale

On donne ci-dessous la représentation graphique de  $E_p(\theta)$  du pendule étudié avec  $m = 0,2$  kg.



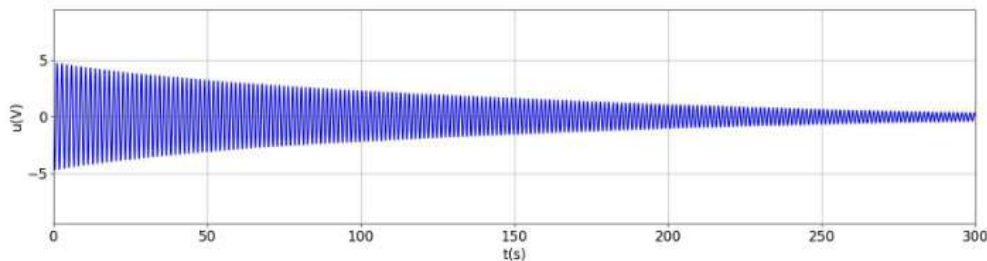
A  $t = 0$ , on lance la masse  $m$  avec une vitesse initiale  $v(0) = v_0 = \sqrt{10} \text{ m.s}^{-1}$  à la position angulaire  $\theta(t = 0) = 0^\circ$ .

- 6) Quelle est la valeur de l'énergie mécanique  $E_m$  de la masse  $m$ ? Justifier.
- 7) Quelle sera la position angulaire maximale  $\theta_0$  atteinte par cette masse  $m$ ? Justifier.

Une fois lancé, le pendule oscille avec une amplitude ne respectant pas toujours l'approximation harmonique. L'équation différentielle vérifiée par l'angle  $\theta(t)$  est alors non linéaire et le pendule n'oscille plus de manière isochrone : sa fréquence d'oscillation dépend de son amplitude maximale d'oscillation  $\theta_0$ . En dehors de l'approximation harmonique, on démontre que :

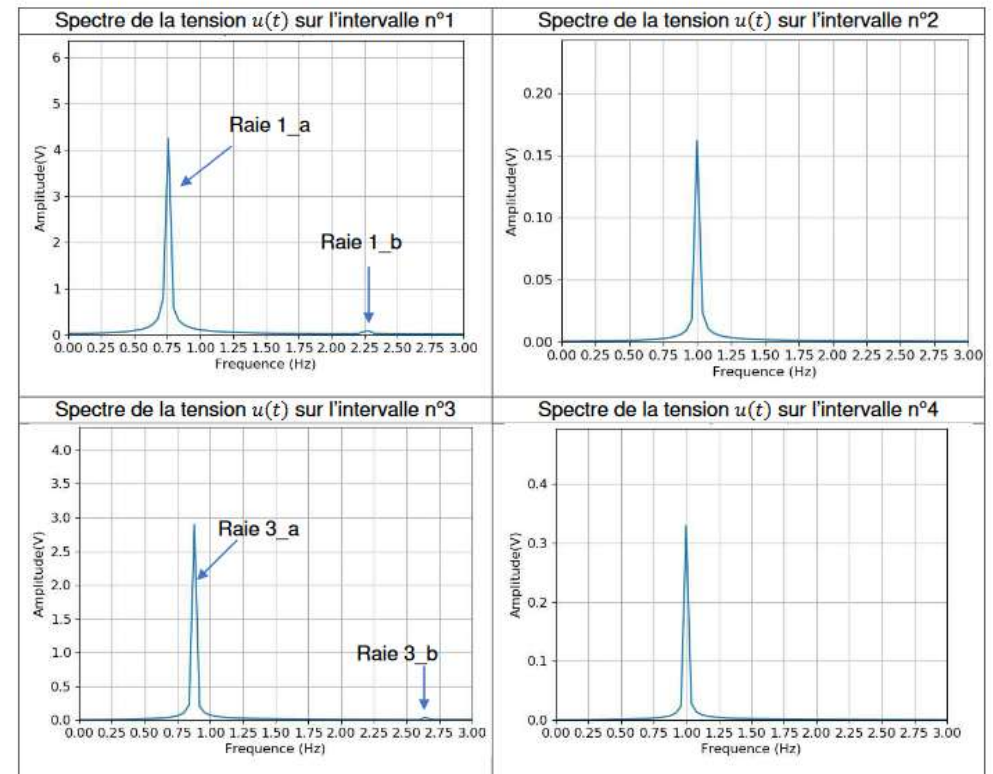
$$\theta(t) \approx \theta_0 \left( \sin(\omega_0' t) + \frac{\theta_0^2}{192} \sin(3\omega_0' t) \right) \text{ avec } T_0' = \frac{2\pi}{\omega_0'} \approx T_0 \left( 1 + \frac{\theta_0^2}{16} \right).$$

On donne ci-dessous le relevé expérimental de la tension  $u(t)$ .



- 8) Quelle doit être la fréquence  $f_e$  d'échantillonnage permettant une acquisition de 600 000 échantillons de la tension  $u(t)$  pendant 300 s ?

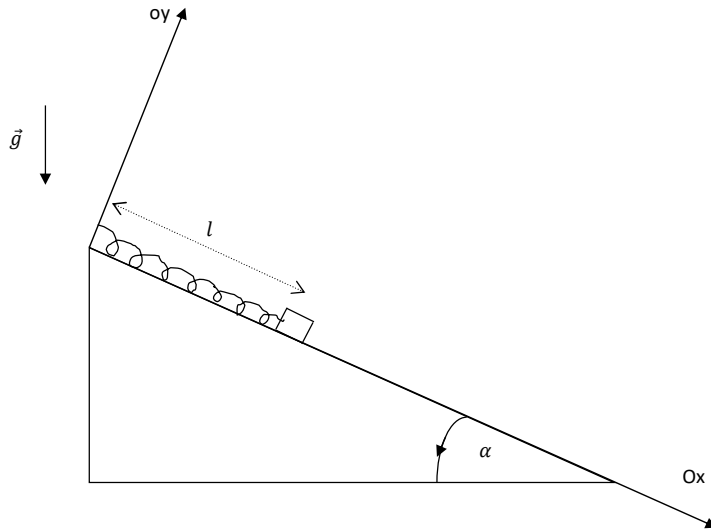
L'étude des oscillations pendant 300 s met logiquement en évidence l'influence des frottements. Cependant, en étudiant les oscillations sur des intervalles de temps plus courts de 25 s, on peut, en première approximation, encore négliger l'effet des frottements. On donne ci-dessous les spectres obtenus pour quatre intervalles distincts de 25 s chacun, appelés intervalles n°1, n°2, n°3 et n°4 :



- 9) Quel instrument de mesure peut-on utiliser afin d'obtenir le spectre de la tension  $u(t)$  ?
- 10) Sur quel(s) intervalle(s) l'isochronisme des oscillations harmoniques du pendule est-il observable ? Justifier.
- 11) Sur quel(s) intervalle(s) les effets non linéaires des oscillations du pendule sont-ils observables ? Justifier en repérant ces effets non linéaires.
- 12) Donner la valeur de la fréquence propre  $f_0$  du pendule.
- 13) Justifier la valeur de la fréquence associée à la raie 1\_b.

## Exercice 4

Une masse  $m$  glisse sur un plan incliné faisant l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale, la masse  $m$  est attachée à un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . On note  $x$  l'abscisse du centre de gravité (point d'attache du ressort) de  $m$ .



1. Faire un schéma représentant les forces subies par  $m$  en supposant que  $l > l_0$ . On notera  $\vec{N}$  la force exercée par le sol sur  $m$ .
2. Etablir l'expression de la tension  $\vec{T}$  du ressort en fonction de  $x$ , de constantes et du vecteur  $\vec{u}_x$ . En déduire l'énergie potentielle élastique du système masse-ressort.
3. En utilisant **le théorème de la puissance cinétique** établir l'équation vérifiée par  $x$ . Déterminer  $x_e$  la position d'équilibre de la masse  $m$ .
4. Résoudre l'équation précédente sachant qu'à l'instant initial :  $x(0) = x_e, \vec{v}(0) = -v_0 \vec{u}_x$ .
5. Déterminer l'abscisse minimum  $x_m$  et l'abscisse maximale  $x_M$  de la masse  $m$ .
6. Déterminer l'énergie potentielle totale  $E_{pt}$  de la masse  $m$ . Tracer les courbes de  $E_{pt}(x)$  et de l'énergie mécanique  $E_m(x)$  en fonction de  $x$ . On positionnera sur ce graphique les abscisses  $x_m, x_e, x_M$ .
7. Montrer qu'en moyenne l'énergie cinétique et l'énergie potentielle sont égales.

8. On tient compte maintenant des frottements fluides qu'on modélise par une force  $\vec{F} = -\beta \vec{v}$  ou  $\beta$  est un coefficient positif.

- a. Etablir l'équation du mouvement de la masse  $m$  en utilisant l'une des lois de Newton qu'on écrira sous la forme :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_e$$

- b. Donner l'expression de la constante de temps  $\tau$  du mouvement de la masse  $m$ . Quel est le temps pratique du régime d'oscillation ?
- c. Présenter les 3 modes d'oscillations dans un tableau en y faisant figurer le facteur de qualité  $Q$  et l'allure de la courbe  $x(t)$  en y faisant figurer les conditions initiales précisées par l'énoncé.
- d. Présenter alors les 3 modes d'oscillations dans un diagramme de phase en y faisant figurer les conditions initiales précisées par l'énoncé (HP)

## Exercice 5 : Analyse documentaire

### DOCUMENTS

#### Document I.a (<http://encyclopedie-electricite.edf.com/production/industriels/>)

Les énergies renouvelables sont divisées en 6 catégories :

##### → L'ÉNERGIE HYDRAULIQUE

La force de l'eau des chutes retenue par des barrages ou celle qui alimente les aménagements "au fil de l'eau" fait tourner les turbines des centrales pour produire de l'électricité.

##### → L'ÉNERGIE ÉOLIENNE

La force du vent fait tourner des éoliennes qui produisent de l'électricité.

##### → L'ÉNERGIE SOLAIRE

Les rayons du soleil chauffent l'eau grâce à des capteurs solaires ou fournissent de l'électricité grâce à des cellules [photovoltaïques](#) ou des centrales solaires.

##### → L'ÉNERGIE DE LA GÉOTHERMIE

La chaleur du sous-sol chauffe directement l'eau ou fait tourner les turbines des centrales pour produire de l'électricité.

##### → L'ÉNERGIE DE LA BIOMASSE

La combustion de la matière organique (plantes, arbres, déchets animaux, agricoles ou urbains) produit de la chaleur ou de l'électricité.

##### → LES ÉNERGIES MARINES

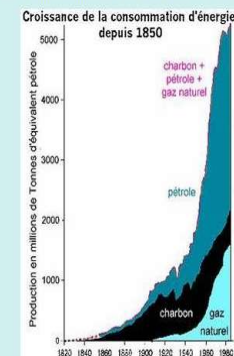
Les flux naturels d'énergie des eaux marines et de la matière marine sont utilisés pour produire de l'électricité. La force des marées fait tourner les turbines des centrales pour produire de l'électricité.

#### Documents I.b ([http://enrj.renouvelables.free.fr/energie\\_constat.html](http://enrj.renouvelables.free.fr/energie_constat.html))

### Les énergies renouvelables en quelques mots...

Aujourd'hui l'énergie sert pour de nombreux usages : pour le transport, pour le chauffage des habitations ou des aliments, pour l'industrie, pour l'éclairage et autres appareils électriques... La consommation totale d'énergie dans le monde est en nette augmentation (entre 1973 et 2000 : +35%).

Les énergies renouvelables sont des modes de production d'énergie utilisant des forces ou des ressources dont les stocks sont illimités. Elles sont tirées des éléments (terre, eau, air et feu) et du soleil. On désigne aujourd'hui par énergies renouvelables un ensemble de filières diversifiées dont la mise en oeuvre n'entraîne en aucune façon l'extinction de la ressource initiale. Les énergies renouvelables ont un peu plus le vent en poupe, mais depuis quelques années seulement. Les États, les industriels, et nous aussi simples consommateurs, avons longtemps négligé ces énergies naturellement offertes par la planète au profit d'énergies immédiatement plus rentables, mais aussi plus coûteuses pour l'environnement. Globalement, la part des énergies renouvelables dans la production d'électricité est faible. La production d'énergie d'origine renouvelable dans le monde est d'environ 19 %, l'essentiel étant toujours issu des combustibles fossiles, tels que le pétrole ou le charbon (62,7 %) et par l'énergie nucléaire (17,1 %).



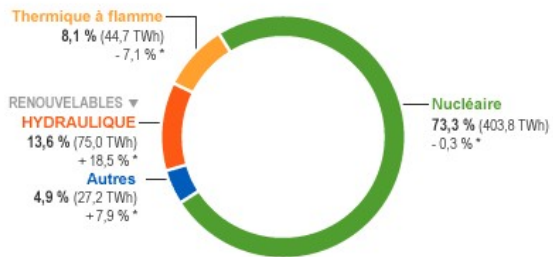
Nos sociétés dépendent des quantités croissantes d'énergie qui sont puisées en majorité dans le patrimoine planétaire qui a mis des centaines de millions d'années pour se constituer : charbon, pétrole et gaz.

A l'allure que nous menons depuis 1850, début de l'ère industrielle, il nous faudra moins de deux siècles pour épuiser ce patrimoine irremplaçable à l'échelle de l'histoire de l'espèce humaine.

Ainsi les énergies renouvelables sont quelque peu sollicitées mais face aux énergies à réserves limitées seront elles faire le poids ? La problématique se pose donc à toutes personnes soucieuses de l'environnement et de la production future d'énergie :

#### Documents I.c ([http://enrj.renouvelables.free.fr/energie\\_constat.html](http://enrj.renouvelables.free.fr/energie_constat.html))

L'HYDRAULIQUE DANS LA PRODUCTION D'ÉLECTRICITÉ FRANÇAISE



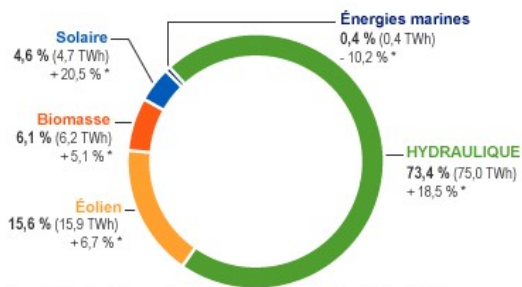
La production française d'électricité en 2013 a représenté un total de **550,7 TWh** dont la majeure partie est issue du nucléaire.

L'hydraulique est la 2<sup>e</sup> source de production d'électricité.

Part de l'hydraulique dans la production française d'électricité en 2013 \* par rapport à 2012 (Mémo 2014 RTE - chiffres de production 2013)

© EDF

Parmi les énergies renouvelables, l'hydraulique occupe la 1<sup>re</sup> place.



Part de l'hydrauliques dans la production française d'électricité d'origine renouvelable en 2013 \* par rapport à 2012

(Mémo 2014 RTE - chiffres de production 2013 - Document de référence EDF 2013)

© EDF

Questions

En utilisant vos connaissances et les documents, répondre aux questions suivantes.

- Définir la notion d'énergie potentielle. Donner un exemple.
- Définir ce qu'on entend par énergie renouvelable. Quelle est la place de l'énergie hydraulique parmi les énergies renouvelable. Décrire les avantages et inconvénients de cette forme d'énergie.
- Quelle est l'énergie d'origine hydraulique, exprimée en Joule, produite en France en 2013 ?
- A partir du document II, expliquer qualitativement le principe de fonctionnement d'une centrale hydroélectrique.
- Par une analyse dimensionnelle, exprimer la puissance  $P$  d'une centrale hydro-électrique en fonction des grandeurs physiques pertinentes.

Document II ( <http://encyclopedie-electricite.edf.com/production/industriels/>)

Une centrale hydraulique produit de l'électricité grâce à une chute d'eau entre deux niveaux de hauteurs différentes, qui met en mouvement une turbine reliée à un alternateur.



Fonctionnement d'une centrale hydraulique

1/ LA RETENUE DE L'EAU

Le barrage retient l'écoulement naturel de l'eau. De grandes quantités d'eau s'accumulent et forment un lac de retenue.

2/ LA CONDUITE FORCÉE DE L'EAU

Une fois l'eau stockée, des vannes sont ouvertes pour que l'eau s'engouffre dans de longs tuyaux métalliques appelés conduites forcées.

Ces tuyaux conduisent l'eau vers la centrale hydraulique, située en contrebas. La plupart des centrales hydrauliques en France sont automatisées. Chaque centrale se met en marche selon un programme pré-défini en fonction des besoins d'électricité.